

الدائرة المهتزة

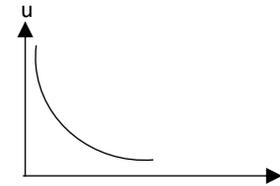
- الدائرة المهتزة المتخامدة : تتألف من مكثفة مشحونة ووشية مقاومتها صغيرة
- الدائرة المهتزة المثالية (L,C) تتألف من مكثفة مشحونة ووشية مقاومتها مهمله
- سبب التخامد في الاهتزازات أو ضياع الطاقة أو نقصانها: وجود مقاومة تستهلك طاقة حرارية ضائعة بفعل جول.

- شكل تفريغ المكثفة بالوشية في دائرة مهتزة إذا كانت:

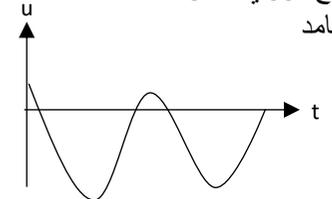


- تفريغ دوري متناوب متخامد تتناقص سعة الاهتزاز حتى تنعدم

- مقاومة كبيرة بشكل كاف: تفريغ لا دوري باتجاه واحد متخامد بشدة تتبدد طاقة المكثفة دفعة واحدة



- عند إهمال المقاومة: تفريغ دوري متناوب حيث ثابت السعة غير متخامد



1- انطلاقا من العلاقة

$$\bar{u}_{\text{مكثفة}} + \bar{u}_{\text{مقاومة}} + \bar{u}_{\text{وشية}} = 0$$

$$\text{أو } (q)''_t = -\frac{1}{L.C}$$

استنتج المعادلة التي تصف اهتزاز الشحنة فيها وكيف تصبح عند إهمال المقاومة ثم استنتج الدور الخاص للاهتزازات الحرة الغير متخامدة (علاقة طومسون)

$$L(\bar{i})'_t + r\bar{i} + R_0\bar{i} + \frac{\bar{q}}{C} = 0$$

باعتبار:

$$R = R_0 + r, \bar{i} = (\bar{q})'_t$$

$$(i)'_t = (q)''_t$$

نجد:

$$L(\bar{q})''_t + R(\bar{q})'_t + \frac{1}{C}\bar{q} = 0$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تصف اهتزاز الشحنة الكهربائية في دائرة كهربائية.

عند إهمال المقاومة R=0 نجد:

$$L(\bar{q})''_t + \frac{1}{C}\bar{q} = 0$$

$$1 \dots (\bar{q})''_t = -\frac{1}{L.C}\bar{q}$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلا جيبيا من الشكل:

$$\bar{q} = q_{\text{max}} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

حيث:

q_{max} : الشحنة العظمى للمكثفة

ω_0 : النبض الخاص

φ : طور الابتدائي في اللحظة t=0

(\bar{q}) : طور الحركة في اللحظة t.

$$(\bar{q})'_t = -\omega_0 q_{\text{max}} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{q})''_t = -\omega_0^2 q_{\text{max}} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{q})''_t = -\omega_0^2 \bar{q}$$

بالموازنة مع $-\frac{1}{L.C}\bar{q}$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L.C}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L.C}} > 0$$

$$\text{لكن } \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

$$\frac{2\pi}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{L.C}}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$$

دلالات الرموز:

T_0 : دور الاهتزازات الكهربائية ويقدر

بالثانية s في الجملة الدولية

L: ذاتية الوشية وتقدر بوحدة هنري H في

الجملة الدولية

C: سعة المكثفة وحدتها في الجملة الدولية

لفراد F

2- تتألف دائرة مهتزة من مكثفة مشحونة

ووشية مهمله المقاومة نغلق الدارة

المطلوب:

$$E_c = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

$$E_L = \frac{1}{2} Li^2$$

$$E = E_c + E_L$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2$$

نعوض :

$$\bar{q} = q_{max} \cos(\omega_0 t)$$

$$\bar{i} = -\omega_0 q_{max} \sin(\omega_0 t)$$

نعوض نجد :

$$E = \frac{1}{2} \frac{q_{max}^2}{C} \cos^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2} L \omega_0^2 q_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t)$$

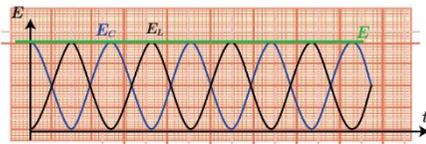
ولكن: $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

$$E = \frac{1}{2} \frac{q_{max}^2}{C} [\cos^2 \omega_0 t + \sin^2 \omega_0 t]$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{q_{max}^2}{C} = const$$

وبالطريقة نفسها نصل إلى العلاقة:

$$E = \frac{1}{2} Li_{max}^2$$



- الطاقة الكلية للدائرة المهتزة (L,C) مقدار ثابت في كل لحظة وتمثل بخط مستقيم يوازي محور الزمن.

عل: -5

- عندما تكون شحنة المكثفة عظمى تنعدم شدة التيار في الوشيعية.
- عندما تكون الشدة عظمى في الوشيعية تنعدم شحنة المكثفة.
- تابع الشدة على ترابع متقدم بالطور مع تابع الشحنة.

-3 كيف يتم تبادل الطاقة بين المكثفة والوشيعية

في الدارة المهتزة؟

تبدأ المكثفة بتفريغ شحنتها في الوشيعية فيزداد تيار الوشيعية ببطء حتى يصل إلى قيمة عظمى نهاية ربح الدور الأول من التفريغ عندما تفقد المكثفة كامل شحنتها فتختزن الوشيعية طاقة كهربائية عظمى

$$E_L = \frac{1}{2} Li_{max}^2$$

ثم يقوم تيار الوشيعية بشحن المكثفة حتى يصبح تيارها معدوماً وتصبح شحنة المكثفة عظمى فتختزن المكثفة طاقة كهربائية عظمى

$$E_c = \frac{1}{2} \frac{q_{max}^2}{C}$$

الدور الأول أما في نصف الدور الثاني تتكرر عمليتا الشحن والتفريغ ولكن بالاتجاه المعاكس مع تغير شحنة كل من اللبوسين فتتحول الطاقة من كهربائية في المكثفة إلى كهربائية في الوشيعية وبالعكس.

-4 برهن أن طاقة دارة مهتزة متألية (L,C) هي

مقدار ثابت مع رسم الخطوط البيانية أو

استنتج علاقة الطاقة الكلية في دارة مهتزة

(L,C)

-اكتب تابع الشحنة بشكله العام وكيف يصبح تابع الشحنة وتابع شدة التيار المار في الدارة باعتبار مبدأ الزمن لحظة إغلاق الدارة ووازن بينهما من حيث الطور.

$$\bar{q} = q_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

بما أن مبدأ الزمن لحظة إغلاق الدارة فإن $\varphi = 0$ وبالتالي:

$$\bar{q} = q_{max} \cos(\omega_0 t)$$

وهو تابع الشحنة بشكله المختزل

تابع الشدة هو مشتق تابع الشحنة بالنسبة للزمن أي:

$$\bar{i} = (\bar{q})'_t$$

$$\bar{i} = -\omega_0 q_{max} \sin \omega_0 t$$

$$-\sin \omega_0 t = \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$$

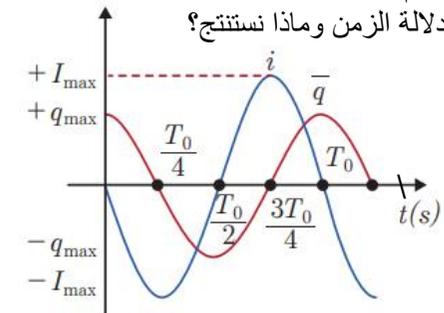
$$\bar{i} = \omega_0 q_{max} \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$$

$$I_{max} = \omega_0 q_{max}$$

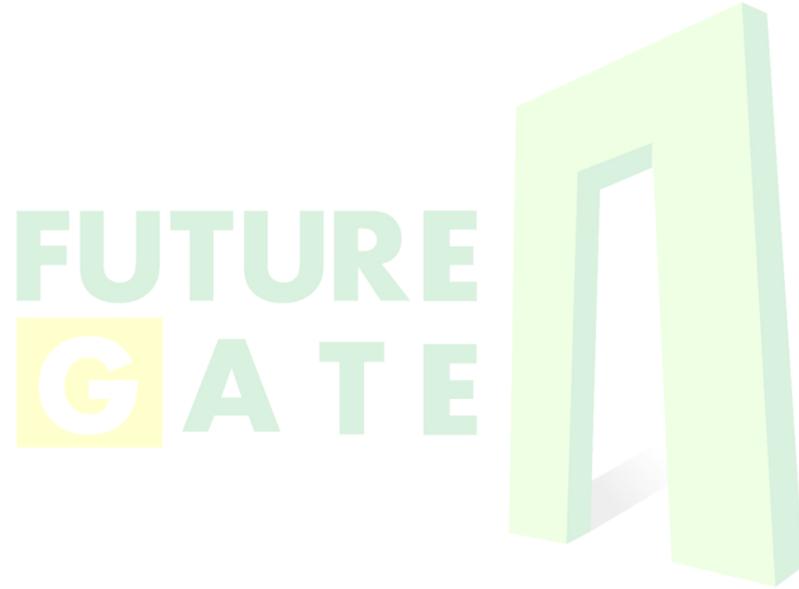
$$i = I_{max} \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$$

وهو تابع شدة التيار.

- ارسم المنحنيات البيانية لكل من الشحنة والشدة بدلالة الزمن وماذا نستنتج؟



نستنتج:



- علل تبدي الوشيجة ممانعة كبيرة للتيارات عالية التواتر (أو ممانعة صغيرة للتيارات منخفضة التواتر).

$$X_L = \omega L = 2\pi fL$$

إن الممانعة تتناسب طرذا مع تواتر التيار فعندما يزداد f تزداد X_L وبالعكس.

- علل تبدي المكثفة ممانعة صغيرة للتيارات عالية التواتر (أو ممانعة كبيرة للتيارات منخفضة التواتر)

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi fC}$$

إن الممانعة تتناسب عكسا مع تواتر التيار فعندما يزداد f تنقص X_C وبالعكس

بوابة
المستقبل