

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_{\Delta}}}$$

دلالات الرموز:

I_{Δ} عزم عطالة الجسم الصلب , m كتلة الجسم الصلب ,
 $d = oc$ بعد محور الدوران عن مركز عطالة الجسم الصلب
 g تسارع الجاذبية الأرضية

النواس ثقلی بسيط:

كرة صغيرة معلقة بخيط خفيف لا يمتد تشكل نواس ثقلی بسيط
ادرس حركة الكرة واستنتج علاقة دوره الخاص في حال السعات الصغيرة:

القوى الخارجية المؤثرة على الكرة:

ثقل الساق \vec{W} , توتر الخيط \vec{T}

$$\sum \vec{\Gamma}_{\Delta} = I_{\Delta} \alpha$$

$$\vec{\Gamma}_{\vec{W}/\Delta} + \vec{\Gamma}_{\vec{T}/\Delta} = I_{\Delta} \alpha$$

$$\vec{\Gamma}_{\vec{T}/\Delta} = 0 \quad \text{حامله مار بمحور الدوران}$$

$$-\ell \sin\theta \cdot w = I_{\Delta} \alpha$$

$$\text{حيث } W = mg \text{ و } I_{\Delta} = m\ell^2 \quad \alpha = (\theta)_t''$$

$$-mg\ell \sin\theta = m\ell^2 (\theta)_t''$$

$$-g \sin\theta = \ell (\theta)_t''$$

$$(\theta)_t'' = -\frac{g}{\ell} \sin\theta$$

من أجل سعات صغيرة $\theta \leq 0.24 \text{ rad}$ ← $\sin\theta \approx \theta$

$$(1) \dots (\theta)_t'' = -\frac{g}{\ell} \theta$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تحوي $\sin\theta$ وليس θ
فلها ليس جيبياً وحركة النواس الثقلی هي حركة اهتزازية
غير توافقية

من أجل السعات الصغيرة $\theta \leq 0.24 \text{ rad}$ أو $\theta \leq 14$

$$\sin\theta \approx \theta$$

$$(1) \dots (\theta)_t'' = -\frac{mgd}{I_{\Delta}} \theta$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من
الشكل:

$$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نشقت مرتين بالنسبة للزمن:

$$(\theta)_t' = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\theta)_t'' = -\omega_0^2 \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(2) \dots (\theta)_t'' = -\omega_0^2 \theta$$

بالمطابقة بين 1 و 2 :

$$\omega_0^2 = \frac{mgd}{I_{\Delta}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_{\Delta}}} > 0$$

محقة لأن المقادير d و g و m و I_{Δ} موجبة وحركة النواس الثقلی
في حال السعات الصغيرة جيبيية دورانية:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

النواس الثقلی الغير متخامد

النواس ثقلی مركب: هو جسم صلب يهتز بتأثير عزم ثقله
حول محور أفقي عامودي على مستوي ولا يمر من مركز
عطالته.

الدراسة التحريكية:

جسم صلب كتلته m مُعلق من مركز عطالته إلى
محور دوران أفقي Δ مار من O حيث $oc = d$
نزوح الجسم عن وضع توازنه أدرس طبيعة حركته
وكيف تصبح في حالة السعات الزاوية الصغيرة
واستنتج علاقة دوره الخاص:

القوى المؤثرة على الجسم: ثقل الجسم \vec{W}

قوة رد فعل محور الدوران \vec{R}

$$\sum \vec{\Gamma}_{\Delta} = I_{\Delta} \alpha$$

$$\vec{\Gamma}_{\vec{W}/\Delta} + \vec{\Gamma}_{\vec{R}/\Delta} = I_{\Delta} \alpha$$

$$-d \sin\theta \cdot w + 0 = I_{\Delta} \alpha$$

$$\vec{\Gamma}_{\vec{R}/\Delta} = 0 \quad \text{لأن حاملها يمر من محور الدوران}$$

$$-mgd \sin\theta = I_{\Delta} \alpha$$

$$\alpha = -\frac{mgd}{I_{\Delta}} \sin\theta$$

$$(\theta)_t'' = -\frac{mgd}{I_{\Delta}} \sin\theta$$

$$-w \sin \theta + \theta = ma_t$$

$$a_t = \alpha \cdot \ell \text{ تسارع مماسي } \ell$$

$$w = mg$$

$$-mg \sin \theta = m\alpha \ell$$

$$-g \sin \theta = \alpha \ell$$

$$\alpha = -\frac{g}{\ell} \sin \theta$$

$$(\theta)''_t = -\frac{g}{\ell} \sin \theta$$

ونفس الاستنتاج السابق

عملياً: كرة صغيرة كتلتها m كثافتها النسبية كبيرة ملحقة بخيط مهملة الكتلة لا يمتد طوله / كبير بالنسبة لنصف قطر الكرة:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{\Delta}}{mgd}}$$

$$d = \ell, \quad I_{\Delta} = m\ell^2$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m\ell^2}{mg\ell}}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

دلالات الرموز:

T_0 الدور الخاص

ℓ طول الخيط

استنتاج دور نواس ثقلي البسيط انطلاقاً من العلاقة الأساسية في التحريك الانسحابي (أو من قانون نيوتن الثاني)

القوى الخارجية المؤثرة في الكرة-

الخيط

ثقل

\vec{w} الكرة

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{w} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالاسقاط على المماس :

$$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نشتق مرتين بالنسبة للزمن:

$$(\theta)'_t = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\theta)''_t = -\omega_0^2 \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(2) \dots \dots (\theta)''_t = -\omega_0^2 \theta$$

بالمطابقة بين 1 و 2 :

$$\omega_0^2 = \frac{g}{\ell}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}} > 0$$

محقق لأن ℓ و g مقادير موجبة وبالتالي حركة النواس الثقلي البسيط حركة جيبية دورانية من أجل السعات الزاوية الصغيرة

استنتاج الدور الخاص:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \end{array} \right.$$

مع يتألف النواس الثقلي البسيط عملياً ونظرياً واستنتاج علاقة

دوره الخاص انطلاقاً من علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي

المركب في حالة السعات الصغيرة.

نظرياً نقطة مادية تهتز بتأثير ثقلها على بعد ثابت ℓ من محور أفقي ثابت.