النواس المرن الغير متخامد

1- برهن أن محصلة القوى في النواس المرن هي قوة إرجاع من الشكل $F = -KX$

حالة السكون:

القوى المؤثرة على الجسم: ثقل الجسم $\vec{W}$

توتر النابض $\overrightarrow{F_{So}}$

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\vec{W} + \overrightarrow{F_{So}} = \vec{0}$$

بالاسقاط على محور شاقولي موجه للأسفل:

$$W - F_{So} = 0 \Longrightarrow W = F_{So}$$

يتاثرالنابض بقوة $\overrightarrow{F'_{So}}$ تسبب استطالة X_0

$$F'_{So} = F_{So} = kx_0$$

$$(1).........W = kx_0$$

حالة الحركة:

القوى المؤثرة على الجسم:

قوة ثقل الجسم $\vec{W}$

قوة توتر النابض $\overrightarrow{F_S}$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{W} + \overrightarrow{F_S} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على محور شاقولي موجه للأسفل:

$$(*)......... \quad W - F_S = ma$$

يتأثر النابض بقوة $\overrightarrow{F'_S}$ تسبب استطالة $(x_0 + x)$

$$(2)........F'_S = F_S = k(x_0 + x)$$

بتعويض 1 ب 2 بـ:

$$kx_0 - k(x_0 + x) = ma$$

$$kx_0 - kx_0 - kx = ma$$

$$-kx = ma$$

$$F = -kx$$

2-انطلاقاً من العلاقة $\bar{F} = -k\bar{x}$ أو $\left[(\bar{x})''_t = \frac{-k}{m}x\right]$

استنتج طبيعة حركة النواس المرن وعلاقة دوره الخاص:

$$F = -k\bar{x}$$

$$ma = -k\bar{x}$$

$$a = \frac{-K}{m}x$$

$$(1) \qquad (\bar{x})''_t = \frac{-K}{m}x$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نشتق مرتين بالنسبة للزمن:

$$(x)'_t = \omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(\bar{x})''_t = -\omega_0{}^2 X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$(2) \qquad (\bar{x})''_t = -\omega_0{}^2\bar{x}$$

بالمطابقة (1) مع (2) $\omega o^2 = \frac{K}{m}$

$$\omega o = \sqrt{\frac{k}{m}} > 0$$

محققة $m.k$ مقادير موجبة أي طبيعة حركة نواس جيبية انسحابية (هزازة توافقية بسيطة)

استنتاج علاقة الدور:

$$\left\{\begin{array}{l} \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \end{array}\right. \qquad \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$$

3)استنتاج علاقة الطاقة الميكانيكية والكلية في النواس المرن (أو الحركة التوافقية البسيطة):

$$E_{tot} = E_P + E_K \qquad (*)$$

طاقة كامنة مرونية $E_P = \frac{1}{2}K x^2$

نعوض: $x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$

$$E_P = \frac{1}{2}K\, X^2{}_{max}\cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

الطاقة الحركية: $E_K = \frac{1}{2}m\vartheta^2$

$$\vartheta = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 + \bar{\varphi})$$

نعوض:

$$E_K = \frac{1}{2}m{\omega_0}^2 X^2{}_{max}\sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$K = m{\omega_0}^2$$

$$E_K = \frac{1}{2}K{X_{max}}^2\sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

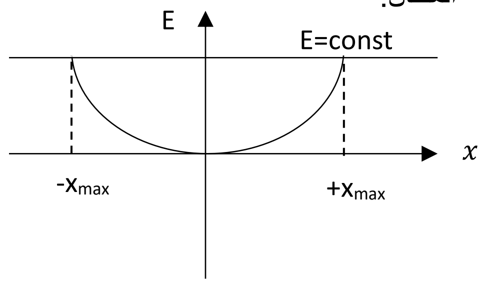
نعوض (1) ب (2) (*)

$$E = \frac{1}{2}K{X_{max}}^2\cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) + \frac{1}{2}K{X_{max}}^2\sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

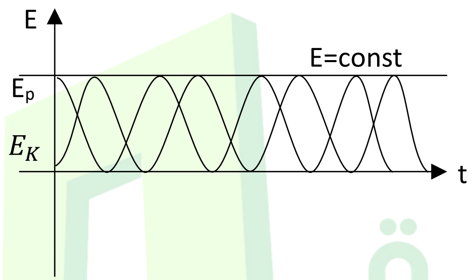
$$E = \frac{1}{2}K{X_{max}}^2[\cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) + \sin^2(\omega o t + \bar{\varphi})]$$

$$\boxed{E = \frac{1}{2}K{X_{max}}^2 = const}$$

المنحني البياني لتغيرات الطاقة الكامنة المرونية بدلالة المطال:



المنحني البياني لتغيرات الطاقة الكامنة والحركية بدلالة الزمن



التوابع الزمنية في النواس المرن

1-تابع المطال:

1. اكتب التابع الزمني للمطال انطلاقاً من شكله العام وكيف يصبح بفرض أن الجسم انطلق لحظة البدء من المطال الأعظمي الموجب:

$$x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$t = 0\,,\quad x = X_{max}$$

$$X_{max} = X_{max}\cos(\bar{\varphi})$$

$$\cos(\bar{\varphi}) = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0\,rad$$

$$x = X_{max}\cos\omega o t$$

2. حدد المواضع التي يكون فيها المطال أعظمي طويلة ومعدوم

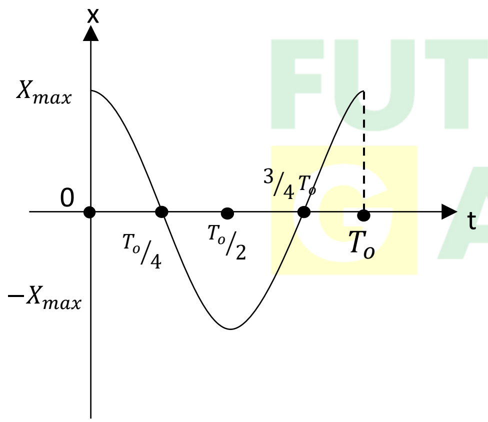
القيم العظمى للمطال (طويلة): في الوضعين الطرفيين:

$$x = |\pm X_{max}|$$

3. يكون المطال معدوماً: في مركز الاهتزاز $x = 0$

ارسم المنحني البياني لتغيرات المطال بدلالة الزمن خلال دور.

t	0	$T_o/_4$	$T_o/_2$	$^3/_4\,T_o$	T_o
x	X_{max}	0	$-X_{max}$	0	$+X_{max}$



2-تابع السرعة:

بفرض أن التابع الزمني للمطال:

$$x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

1- استنتج التابع الزمني للسرعة:

$$v = (x)'_t$$

$$v = -\omega_0 X_{\max}\sin(\omega_0 t)$$

السرعة هو المشتق الأول للمطال بالنسبة للزمن

-2 وحدد المواضع التي تكون فيها السرعة عظمى طويلة ومعدومة

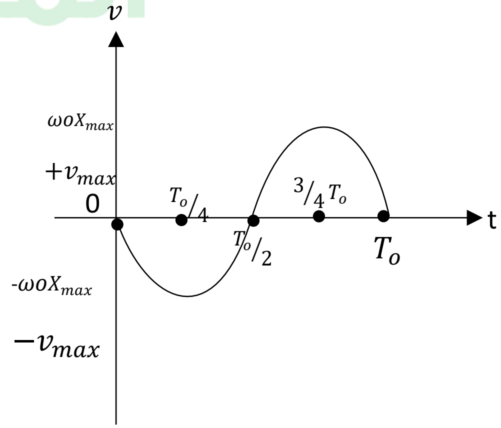
تكون السرعة عظمى طويلةً: لحظة المرور بمركز الاهتزاز

$$v_{max} = |\pm\omega_0 X_{max}|$$

تكون السرعة معدومة: عند الوضعين الطرفيين $v = 0$

ارسم المنحني البياني لتغيرات السرعة بدلالة الزمن خلال دور.

T	0	$T_o/4$	$T_o/2$	$3/4\,T_o$	T_o
v	0	$-v_{max}$	0	$+v_{max}$	0



-3 تابع التسارع: بفرض أن التابع الزمني للمطال

$$x = X_{max}\cos(\omega_0 t)$$

-1 استنتج التابع الزمني للتسارع واكتبه بدلالة المطال وحدد المواضع التي يكون فيها التسارع أعظمي طويلة ومعدوم.

التسارع هو المشتق الأول لتابع السرعة بالنسبة للزمن وهو المشتق الثاني لتابع المطال بالنسبة للزمن.

$$a = (v)'_t = (x)''_t$$

$$v = (x)'_t = -\omega_0 X_{max}\sin(w_o t)$$

$$a = -\omega_0{}^2 X_{max}\cos(\omega_0 t)$$

التسارع بدلالة المطال $a = -\omega_0{}^2 x$

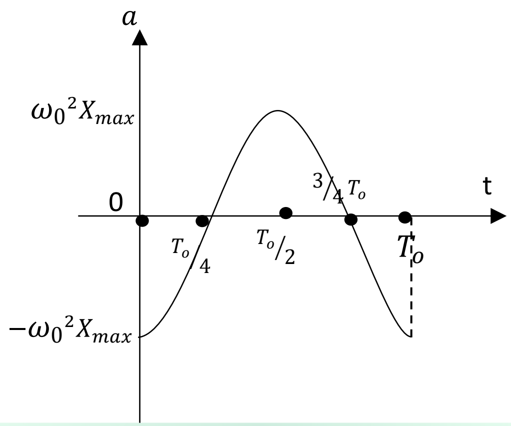
4. التسارع أعظمي (طويلة): في الوضعين الطرفيين

$$a_{max} = |\pm\omega_0{}^2 X_{max}|$$

5. التسارع معدوم في مركز الاهتزاز $x=0$.

6. المنحني البياني لتغيرات التسارع بدلالة الزمن خلال دور.

t	0	$T_o/4$	$T_o/2$	$3/4\,T_o$	T_o
a	$-a_{max}$	0	$+a_{max}$	0	$-a_{max}$



ملاحظة: التسارع مقدار متغير لتغير المطال.

نواس الفتل الغير متخامد

-1 أدرس طبيعة حركة ساق أفقية معلقة من منتصفها بسلك فتل واستنتج علاقة دورها الخاص أو انطلاقاً من العلاقة:

$$k\theta + I_\Delta \alpha = 0$$

استنتج طبيعة حركة النواس الفتل واستنتج علاقة دورها الخاص.

القوى الخارجية المؤثرة في الساق:

ثقل الساق $\vec{W}$، توتر الخيط $\vec{T}$، مزدوجة الفتل $\vec{\eta}$

$$\sum \overline{\Gamma_\Delta} = I_\Delta \alpha$$

$$\overline{\Gamma_{\vec{W}/\Delta}} + \overline{\Gamma_{\vec{T}/\Delta}} + \overline{\Gamma_{\vec{\eta}/\Delta}} = I_\Delta \alpha$$

$$0 + 0 - k\theta = I_\Delta \alpha$$

$\overline{\Gamma_{\vec{W}/\Delta}} = \overline{\Gamma_{\vec{T}/\Delta}} = 0$ لأن حامل كل منهما منطبق مع محور الدوران.

$$-k\theta = I_\Delta \alpha$$

$$\alpha = -\frac{k}{I_\Delta}\theta$$

$$(\theta)''_t = -\frac{k}{I_\Delta}\theta \qquad (1)........$$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية بالنسبة للزمن تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

نشتق مرتين بالنسبة للزمن

$$(\theta)'_t = -\omega_0 \theta_{max}\, sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\theta)''_t = -\omega_0{}^2 \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(2)........(\theta)''_t = -{\omega_0}^2\theta$$

بالمطابقة بين 1 و 2

$$\omega_0{}^2 = \frac{k}{I_\Delta}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} > 0$$

محققة k, I_Δ مقادير موجبة أي طبيعة حركة نواس جيبية دورانية .

استنتاج علاقة الدور:

$$\begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{I_\Delta}} \\ \omega_0 = \dfrac{2\pi}{T_0} \end{cases} \qquad \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

2- انطلاقاً من مصونية الطاقة الميكانيكية برهن أن حركة نواس الفتل جيبية دورانية :

$$E_{tot} = E_P + E_K$$

$$\frac{1}{2}k{\theta_{max}}^2 = \frac{1}{2}k\theta^2 + \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2$$

نشتق بالنسبة للزمن:

$$0 = \frac{1}{2}k\,.\,2\,.\,\theta(\theta)'_t + \frac{1}{2}.I_\Delta.2\omega\;(\omega)'_t$$

حيث $(\theta)'_t = \omega$

$$(\omega)'_t = \alpha$$

$$0 = k\theta\omega + I_\Delta\omega\alpha$$

$$-k\theta\omega = I_\Delta\omega\alpha$$

$$-k\theta = I_\Delta\alpha$$

$$\alpha = -\frac{k}{I_\Delta}\theta$$

$$(\theta)''_t = -\frac{k}{I_\Delta}\theta$$

نفس الاستنتاج السابق من معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية .....

3- أعط تفسيراً علمياً بكتابة العلاقات الرياضية.

A. ينقص الدور الخاص لنواس الفتل بنقصان طول سلك الفتل:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

$$k = k'\frac{(2r)^4}{\ell}$$

ℓ, k تناسب عكسي وبالتالي حيث ℓ طول السلك

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta.\ell}{K'(2r)^4}}$$

T_0 يتناسب طردياً مع الجذر التربيعي لطول سلك الفتل

عندما ينقص طول سلك الفتل ينقص الدور الخاص.

B. عندما نعلق كتلتين متساويتين على طرفي الساق معلقة من منتصفها بسلك فتل يزداد الدور الخاص.

تعليق كتل يزداد عزم عطالة الجملة :

$$I_\Delta = I_{\Delta/C} + 2m_1{r_1}^2$$

يزداد الدور حسب العلاقة:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

T_0 يتناسب طردياً مع $\sqrt{I_\Delta}$

C. عند تعليق ساقين متماثلتين بسلكي فتل متماثلين طول الأول ℓ_1 والثاني ℓ_2 حيث $\ell_1 = 4\ell_2$ تكون العلاقة بين الدورين $T_{0_1} = 2T_{0_2}$

$$T_{0_1} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta.\ell_1}{k'(2r)^4}}$$

$$T_{0_2} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta.\ell_2}{k'(2r)^4}}$$

$$\frac{T_{0_1}}{T_{0_2}} = \sqrt{\frac{\ell_1}{\ell_2}}$$

$$\frac{T_{0_1}}{T_{0_2}} = \sqrt{\frac{4\ell_2}{\ell_2}} = \sqrt{4}$$

$$T_{0_1} = 2T_{0_2}$$

4- حدد المواضع التي تكون فيها كل من الطاقة الحركية و الكامنة في النواس المرن: 1- عظمى 2- معدومة مع التعليل

في **مركز** الاهتزاز	في **الوضعين** الطرفيين
$x = 0$ $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ $E_p = 0$ $E_{tot} = E_k$ تكون الطاقة الميكانيكية حركية في مركز الاهتزاز E_k عظمى في مركز الاهتزاز و معدومة	$x = \pm X_{max}$ $v = 0$ $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = 0$ $E_k = 0$ $E_{tot} = E_p$ تكون الطاقة الميكانيكية كامنة في الوضعين الطرفيين E_p عظمى و معدومة بالمركز

5- أثبت صحة العلاقة $v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2}$

$$E_k = E_{tot} - E_p$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kX_{max}^2 - \frac{1}{2}kx^2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}k\left(X_{max}^2 - x^2\right)$$

لكن: $k = m\omega_0^2$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2\left(X_{max}^2 - x^2\right)$$

بالجذر $v^2 = \omega_0^2\left(X_{max}^2 - x^2\right)$

$$v = \omega_0\sqrt{\left(X_{max}^2 - x^2\right)}$$

6- استنتج علاقة الطاقة الحركية بدلالة E_{tot} في كل من الوضعين:

$$x_B = \frac{X_{max}}{2} \quad , \quad x_A = -\frac{X_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$E_k = E_{tot} - E_p$$

$$E_k = \frac{1}{2}kX_{max}^2 - \frac{1}{2}kx^2$$

$$E_k = \frac{1}{2}k\left[X_{max}^2 - x^2\right]$$

عند: $x_A = \frac{X_{max}}{2}$

$$E_k = \frac{1}{2}k\left[X_{max}^2 - \frac{X_{max}^2}{4}\right]$$

$$E_k = \frac{1}{2}kX_{max}^2\left[1 - \frac{1}{4}\right]$$

$$E_k = \frac{3}{4}E_{tot}$$

عند: $x_b = -\frac{X_{max}}{\sqrt{2}}$

$$E_k = \frac{1}{2}k\left[X_{max}^2 - \frac{X_{max}^2}{2}\right]$$

$$E_k = \frac{1}{2}kX_{max}^2\left[1 - \frac{1}{2}\right]$$

$$E_k = \frac{1}{2}E_{tot}$$

عندما ينقص المطال بالقيمة المطلقة ينقص E_p وتزداد E_k

اختر الإجابة الصحيحة:

1- عند مرور النواس المرن بأحد الوضعين الطرفين ان الطاقة الكلية:

$E=E_p$	$E=E_k$	$E=0$

2- عند مرور الجسم في مركز الاهتزاز في النواس المرن:

$E=E_p$	$E=E_k$	$E=0$

3- نواس مرن دوره 2S نضاعف سعة اهتزازه يصبح الدور:

1	2	4

4- نواس مرن ثابت صلابة نابضه k يحمل جسم كتلته m ودوره T_0 نستبدل الكتلة بكتلة $m'=2m$ والنابض بأخر $k' = \frac{1}{2}k$ يكون دوره الخاص الجديد:

$T_0' = \frac{1}{4}T_0$	$T_0' = \frac{1}{2}T_0$	$T_0' = 2T_0$	$T_0' = 4T_0$

5- نواس فتل ثابت فتله k نبضه ω_0 نستبدل السلك بسلك أخر ثابت فتله $k'=4k$ يكون نبضه الخاص

$\omega_0' = \frac{1}{4}\omega_0$	$\omega_0' = \frac{1}{2}\omega_0$	$\omega_0' = 2\omega_0$	$\omega_0' = 4\omega_0$

6- نواس مرن دوره الخاص 1s نجعل دوره الخاص 2s بحيث نستبدل الجسم بجسم أخر كتلته m' فتكون :

$m' = 4m$	$m' = 2m$	$m' = \frac{1}{2}m$	$m' = \frac{1}{4}m$

7- نواس ثقلي بسيط يتألف من كرة صغيرة كتلتها m معلقة بخيط لا يمتط دوره الخاص T_0 نستبدل الكرة بكرة أخرة حيث $m' = 4m$ فيصبح الدور الخاص الجيد

$T_0' = 4T_0$	$T_0' = 2T_0$	$T_0' = T_0$	$T_0' = \frac{1}{2}T_0$

8- نواس فتل دوره الخاص T_0 نزيد عزم العطالة اربع أمثال ما كان عليه يصبح دوره الخاص

$T'_0 = 4T_0$	$T'_0 = 2T_0$	$T'_0 = T_0$	$T'_0 = \frac{1}{2}T_0$

9- نواس فتل دوره الخاص $2s$ نقسم سلك الفتل إلى قسمين متساوين ونعلق الساق

أ- بقسم واحد يصبح دوره

2	$\sqrt{2}$	1

ب- بالقسمين معاً يصبح دوره

2	$\sqrt{2}$	1

10- نواس ثقلي بسيط دوره 2s قصرنا طوله الأصلي إلى ربع ما كان عليه يصبح دوره

7	2	1	4

11- نواس ثقلي غير متخامد دوره T_0 من أجل السعات الصغيرة عند سطح البحر ننقل النواس إلى قمة الجبل فإن:

أ- الميقاتية (تؤخر، تسبق، تبقى مضبوطة)
ب- الدور (يزداد، ينقص، لا يتغير)

12- عزم الإرجاع في نواس الفتل يُعطى بالعلاقة:

$\Gamma = k\theta$	د	$\Gamma = -k\theta$	ج	$\Gamma = \frac{k}{\theta}$	ب	$\Gamma = -\frac{k}{\theta}$	أ

13- تزداد قوة الإرجاع في النواس المرن بازدياد :

دوره	ج	سرعته	ب	مطاله	أ

11- نواس فتل التابع الزمني للمطال الزاوي $\theta = \frac{\pi}{2}\cos(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{2})$ فإن لحظة البدء $t = 0$ فيكون الجسم

أ- في وضع التوازن متحركاً بالاتجاه الموجب
ب- في وضع التوازن متحركاً بالاتجاه السالب
ت- عند مطاله الأعظمي الموجب بسرعة معدومة

14- نواس فتل يتألف من ساق مهملة الكتلة نثبت عليها كتلتين $m_1 = m_2$ وتبعدان عن بعضهما مسافة $2r$ نُعلق الجملة من منتصفها بسلك فتل ثابت فتله K دورها الخاص $T_0 = 1S$ نجعل البعدين الكليين ضعف ماكان عليه يصبح الدور الجديد:

4	ج	2	ب	1	أ