

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$-$
$f(x)$	e	$+\infty$	e

السؤال الأول:

وجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعروف على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
خطه البياني C . والمطلوب:

1- اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي وجدته.

2- جد $f(\mathbb{R} \setminus \{1\})$

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 1$.

4- جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(f(x)))$.

السؤال الثاني: نتأمل المستويين $p_1: 2x - y + z + 1 = 0$, $p_2: x + y - z = 0$ والمطلوب:

1- تيقن أن المستويين متعامدان.

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك.

السؤال الثالث: يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة يفتح عند إدخال كود مكون من ثلاث

خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أيًا من القيم: 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5

1- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل.

2- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثلى مثلى.

السؤال الرابع: أثبت أن: $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$ أيًا كان $x > -1$.

السؤال الخامس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف على \mathbb{R} وفق: $f(x) = x - E(x)$. والمطلوب:

1- اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $[0, 2]$.

2- جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x^2}$.

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول :

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدرجية: $u_0 = 3$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}$ عند كل $n \geq 0$. والمطلوب:

1- أثبت أن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ متزايد تماماً على $[2, +\infty[$.

2- أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_{n+1} \leq u_n$ أيًا كان العدد الطبيعي n

3- استنتج أن المتتالية متقاربة، واحسب نهايتها.

التمرين الثاني:

أولاً: في المستوي العقدي المزود بالمعلم المتجانس (O, \bar{u}, \bar{v}) لدينا النقطتان A و B الممثلتين بالعددين

العديدين $Z_A = 3 + i$ و $Z_B = 1 + 2i$ ويفرض $\arg Z_A = \alpha$ و $\arg Z_B = \beta$. والمطلوب:

المطلوب: اكتب العدد العقدي $\frac{Z_B}{Z_A}$ بالشكلين الجبري والأسّي، ثم استنتج قيمة $\beta - \alpha$.

ثانياً: حل في C المعادلة: $z^2 + z + 1 = 0$

الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

f التابع المعرف على \mathbb{R} وفق: $f(0) = 0$ و $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$ في حالة $x \neq 0$. المطلوب:

1- أثبت أن f اشتقاقي عند $x = 0$.

2- احسب $f'(x)$ على \mathbb{R}^* .

3- جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

التمرين الرابع:

في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقاط: $A(1, 0, 0)$, $B(4, 3, -3)$, $C(-1, 1, 2)$, $D(0, 0, 1)$. المطلوب:

(1) أثبت أن \overline{AC} و \overline{AB} غير مرتبطين خطياً.

(2) أثبت أن الأشعة: \overline{AD} و \overline{AB} و \overline{AC} مرتبطة خطياً.

(3) استنتج أن النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة: (A, α) , (B, β) , (C, γ) حيث أن α و β و γ أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى في المعلم المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط:

$D(0, 3, 0)$, $B(3, 0, 0)$, $E(0, 0, 3)$, $C(3, 3, 0)$ والمطلوب:

(1) جد معادلة المستوي (EBC) .

(2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من O ويعامد المستوي (EBC) .

(3) استنتج أن H منتصف $[EB]$ هي المسقط القائم لـ O على المستوي (EBC) .

(4) احسب حجم رباعي الوجوه $(OEBC)$.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]-2, 2[$ وفق: $f(x) = \ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$ والمطلوب:

(1) أثبت أن f تابع فردي.

(2) ادرس تغيرات التابع f على المجال $]-2, 2[$.

(3) اكتب معادلة المماس T عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$ ، واحسب القيمة التقريبية للتابع f عند النقطة التي فاصلتها $x = 0.1$.

(4) أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلاً وحيداً، يطلب إيجاده.

- انتهت الأسئلة -

ملاحظة: يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية