الاسم :
الرقم:
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

# امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2020

**الرياضيات:** ( الفرع العلمي) الدورة الثانية الإضافية

## الصفحة الأولى

**أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية:** (40 درجة لكل سؤال)

**السؤال الأول:**

نجد جانباً جدول تغيرات التابع $f$ المعرف على $\mathbb{R}$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $2$ | $\nearrow$ | $6$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

خطه البياني $C$ . المطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ , $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ .

2- دل على القيم الحدّية للتابع $f$ مبيّناً نوعها.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

**السؤال الثاني:**

يحتوي صندوق على 5 كرات مرقمة بالأرقام 1 ,2, 3 , 4 , 5 ، نسحب من الصندوق كرتين على التتالي مع الإعادة.

والمطلوب: 1- كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب.

2- كم عدد النتائج المختلفة والتي تشتمل على كرتين مجموعهما عدد فردي.

**السؤال الثالث:**

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$ . المطلوب:

1) أثبت أن المستقيم $\Delta$ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل للخط البياني $C$ في جوار $+\infty$ .

2) ادرس الوضع النسبي بين $C$ و $\Delta$ .

**السؤال الرابع:**

نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستوي $P: 2x+y-3z+2=0$ والنقطة $A(1,1,-2)$. **المطلوب:**

1) أثبت أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي $P$ .

2) اكتب معادلة للمستوي $Q$ المار من $A$ والموازي للمستوي $P$ .

**السؤال الخامس:** نتأمل التابع $f$ المعرف على $[0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-\sin x$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ . 2- أثبت أن التابع $f$ متزايد.

**ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية:** ( 80 درجةً لكل تمرين)

**التمرين الأول :** ليكن العدد العقدي $w=\frac{-\sqrt{2}}{1+i}e^{i\frac{\pi}{3}}$ . المطلوب:

1- بيّن أنّ $|w|=1$ ، ثمّ اكتب العدد $w$ بالشكل الأسي.

2- ليكن $z$ عدد عقدي ما أثبت أنّ $Z=\frac{z-\bar{z}w}{1-w}$ عدد حقيقي.

**التمرين الثاني:** ليكن $f$ التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق : $f(x)=\frac{2x+3}{x-1}$ . **المطلوب:**

1- عين التابع المشتق $f'$ للتابع $f$ .

2- نرمز بالرمز $g$ إلى التابع المعرّف على $J=]1,+\infty[$ وفق $g(x)=f(\sqrt{x})$ ، أثبت أن $g$ اشتقاقي على $J$، ثمّ احسب $g'(x)$ على $J$.

ـــ يتبع في الصفحة الثانية



Scanned by CamScanner

الاسم :
الرقم:
المدّة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

**امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2020**

**الرياضيات:** ( الفرع العلمي) الدورة الثانية الإضافية

**الصفحة الثانية**

**التمرين الثالث:**

المستقيمان $d$ و $d'$ معرفان وسيطياً وفق:

$$d:\begin{cases}x=t+2\\y=2t+1\\z=-t\end{cases},\ t\in\mathbb{R} \quad \text{و} \quad d':\begin{cases}x=2s-1\\y=s-2\\z=3s-2\end{cases},\ s\in\mathbb{R}$$

المطلوب: 1) أثبت أنّ $d$ و $d'$ متقاطعان، ثم عيّن إحداثيات $I$ نقطة التقاطع.

2) جد معادلة للمستوي المحدد بالمستقيمين $d$ و $d'$.

**التمرين الرابع:**

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة وفق: $u_n=\frac{1}{e}+\frac{2}{e^2}+\frac{3}{e^3}+.....+\frac{n}{e^n}$ . **المطلوب:**

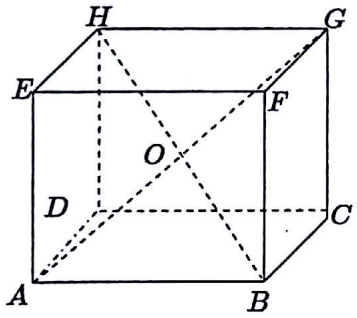
1) أثبت أنّ $n\leq 2^n$ أيّاً كان العدد الطبيعي $n\geq 1$ .

2) استنتج أن $\frac{2}{e-2}$ عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$.

3) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متقاربة .

**ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين:** (100 درجة لكل مسألة)

**المسألة الأولى:** مكعب $ABCDEFGH$ طول حرفه 2 ،




$O$ نقطة تقاطع القطرين $[AG]$ و $[HB]$ .

نختار المعلم المتجانس $(A,\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$. والمطلوب:

1) جد إحداثيات النقاط $A$ و $B$ و $G$ و $H$ و $O$ .

2) أعط معادلة للمستوي $(GOB)$.

3) احسب $\overrightarrow{OG}.\overrightarrow{OB}$ واستنتج $\cos\widehat{GOB}$.

4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم $(DC)$.

5) أثبت أن المستقيم $(DC)$ يوازي المستوي $(GOB)$.

6) جد الأعداد الحقيقية $\alpha$ و $\beta$ و $\gamma$ حتى تكون النقطة $D$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,\alpha)$ و $(B,\beta)$ و $(C,\gamma)$.

**المسألة الثانية:**

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x}$ والمطلوب :

1) احسب نهايات التابع $f$ عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي.

2) ادرس تغيرات التابع $f$ ونظم جدولاً بها .

3) اثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حلاً وحيداً في المجال $]\frac{1}{3},\frac{1}{2}[$ .

4) في معلم متجانس ارسمّ الخط $C$ .

5) استنتج رسم $C_1$ الخط البياني للتابع: $g(x)=\frac{1-x+\ln x}{x}$.

==========

– انتهت الأسئلة –

**ملاحظة :** يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية



Scanned by CamScanner