

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

$x$	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		-		+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

السؤال الأول:

نجد جانباً جدول تغيرات التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$   
خطه البياني  $C$ . المطلوب:

1- جد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2- دل على القيم الحدية للتابع  $f$  مبيئاً نوعها.

3- ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$ .

4- جد حلول المتراجحة  $f'(x) > 0$ .

السؤال الثاني:

يحتوي صندوق على 5 كرات مرقمة بالأرقام 1, 2, 3, 4, 5، نسحب من الصندوق كرتين على التوالي مع الإعادة.  
والمطلوب:

1- كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب.

2- كم عدد النتائج المختلفة والتي تشمل على كرتين مجموعهما عدد فردي.

السؤال الثالث:

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$  وفق:  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$ . المطلوب:

(1) أثبت أن المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = 2x$  مقارب مائل للخط البياني  $C$  في جوار  $+\infty$ .

(2) ادرس الوضع النسبي بين  $C$  و  $\Delta$ .

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  المستوي  $P: 2x + y - 3z + 2 = 0$  والنقطة  $A(1, 1, -2)$ . المطلوب:

(1) أثبت أن النقطة  $A$  لا تنتمي إلى المستوي  $P$ .

(2) اكتب معادلة للمستوي  $Q$  المار من  $A$  والموازي للمستوي  $P$ .

السؤال الخامس: نتأمل التابع  $f$  المعرف على  $[0, +\infty[$  وفق:  $f(x) = x - \sin x$

1- احسب  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ . 2- أثبت أن التابع  $f$  متزايد.

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن العدد العقدي  $w = \frac{-\sqrt{2}}{1+i} e^{i\frac{\pi}{3}}$ . المطلوب:

1- بين أن  $|w| = 1$ ، ثم اكتب العدد  $w$  بالشكل الأسّي.

2- ليكن  $z$  عدد عقدي ما أثبت أن  $Z = \frac{z - z w}{1 - w}$  عدد حقيقي.

التمرين الثاني: ليكن  $f$  التابع المعرف على  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  وفق:  $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ . المطلوب:

1- عين التابع المشتق  $f'$  للتابع  $f$ .

2- نرمز بالرمز  $g$  إلى التابع المعرف على  $J = ]1, +\infty[$  وفق  $g(x) = f(\sqrt{x})$ ، أثبت أن  $g$  اشتقاقي على  $J$ ،

ثم احسب  $g'(x)$  على  $J$ .

الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

المستقيمان  $d$  و  $d'$  معرفان وسيطياً وفق:

$$d': \begin{cases} x = 2s - 1 \\ y = s - 2 \\ z = 3s - 2 \end{cases}, s \in \mathbb{R} \quad \text{و} \quad d: \begin{cases} x = t + 2 \\ y = 2t + 1 \\ z = -t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

المطلوب: (1) أثبت أن  $d$  و  $d'$  متقاطعان، ثم عيّن إحداثيات  $I$  نقطة التقاطع.

(2) جد معادلة للمستوي المحدد بالمستقيمين  $d$  و  $d'$ .

التمرين الرابع:

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  المعرفة وفق:  $u_n = \frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} + \frac{3}{e^3} + \dots + \frac{n}{e^n}$ . المطلوب:

(1) أثبت أن  $n \leq 2^n$  أيّاً كان العدد الطبيعي  $n \geq 1$ .

(2) استنتج أن  $\frac{2}{e-2}$  عنصر راجح على المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$ .

(3) أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  متقاربة.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في المعلم المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لدينا النقاط  $A(1,2,1)$ ،  $B(2,1,-2)$ ،  $C(-1,1,4)$ ،  $D(1,1,1)$ . المطلوب:

(1) بين أن النقاط  $A$  و  $B$  و  $C$  تعين مستويّاً .

(2) جد معادلة المستوي  $(ABC)$ .

(3) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $\Delta$  المار من النقطة  $D$  ويعامد المستوي  $(ABC)$ .

(4) عيّن إحداثيات النقطة  $G$  المسقط القائم للنقطة  $D$  على المستوي  $(ABC)$ .

(5) استنتج بعد النقطة  $A$  عن المستقيم  $\Delta$ .

المسألة الثانية:

ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $I = ]0, +\infty[$  وفق:  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$  والمطلوب:

(1) احسب نهايات التابع  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي.

(2) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولاً بها .

(3) اثبت أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حلاً وحيداً في المجال  $]\frac{1}{3}, \frac{1}{2}[$ .

-----  
- انتهت الأسئلة -

ملاحظة: يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجدول اللوغاريتمية