الجمهوريّة العربيّة السورية

وزارة التربية

# سُلّم تصحيح مادّة الرياضيّات

## لشهادة الدّراسة الثانويّة العامّة

## الفرع العلميّ

## دورة ثانية عام ٢٠٢٢م

# ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

| الحقل | رقم السؤال | موضوع السؤال |
|---|---|---|
| ١ | السؤال الأول | قراءة الرسوم البيانية |
| ٢ | السؤال الثاني | معادلة المستوي المحوري |
| ٣ | السؤال الثالث | إيجاد نهاية باستعمال تعريف العدد المشتق |
| ٤ | السؤال الرابع | حل جملة معادلتين |
| ٥ | السؤال الخامس | تكامل |
| ٦ | السؤال السادس | تحليل توافقي |
| ٧ | السؤال السابع/ التمرين الأول | متتاليات |
| ٨ | السؤال الثامن/ التمرين الثاني | عقدية |
| ٩ | السؤال التاسع/ التمرين الثالث | احتمالات |
| ١٠ | السؤال العاشر / المسألة الأولى | مسألة الهندسة |
| ١١ | السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية | مسألة التحليل |

٢- في الأسئلة الاختياريّة في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحّح أوّل خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويُكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري ملغى)

٣- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٤- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

٥- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

٦- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

٧- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرّراً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثَمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

٨- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

٩- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنّه؛ بلا إجابة)

١١- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,.... )

١٢- تُسجّل الدرجات التي يستحقّها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة ) رقماً وكتابة.

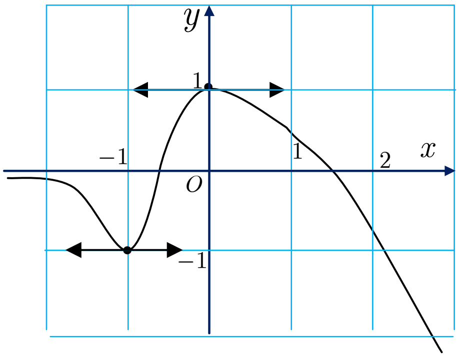
**مثال ذلك :**

| الآحاد | العشرات | المئات |
|---|---|---|
| 2 | 1 | 1 |

**امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة /الفرع العلميّ/ عام ٢٠٢٢م**

**سُلّم درجات مادة: الرياضيات** **(الدورة الثانية)** **الدّرجة: ستمئة**

## السؤال الأول:



نتأمل جانباً $C_f$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $\mathbb{R}$.

**المطلوب:**

1− جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

2− اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط $C_f$ .

3− اكتب مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$ .

4− عيّن القيم الحديّة للتابع $f$ مبيّناً نوع كلّ منها.

| | الإجابة | الدرجة | الملاحظات |
|---|---|---|---|
| 1 | $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ | 5+5 | |
| 2 | معادلة المقارب $y=0$ | 5 | |
| 3 | $]-1,0[$ | 5 | يخسر درجة واحدة إذا كتب المجال مغلق |
| 4 | قيمة كبرى محلياً $f(0)=1$<br>قيمة صغرى محلياً $f(-1)=-1$ | 5+5<br>5+5 | |
| | **المجموع** | **40** | |

**السؤال الثاني:** في معلّم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(0,1,-1)$ و $B(1,-1,1)$. **المطلوب:**

أعط معادلةً للمجموعة $S$ المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق العلاقة: $MA=MB$ وما طبيعة المجموعة $S$.

| | الإجابة | الدرجة | الملاحظات |
|---|---|---|---|
| 1 | قانون + تعويض | 5+10 | تحديد نقطة المنتصف للقطعة $[AB]$ 5<br>حساب مركبات ناظم على المستوي 10<br>قانون المستوي+تعويض+نتيجة 5+5+5<br>المستوي المحوري للقطعة $[AB]$ 10 |
| 2 | نشر الطرفين +اختزال | 5+5+5 | |
| 3 | المستوي المحوري للقطعة $[AB]$ | 10 | |
| | **المجموع** | **40** | |

**السؤال الثالث:** ليكن التابع $g$ المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x)=\ln(2+\sin x)$ . **المطلوب:**

1- احسب $g'(x)$ و $g'(0)$.

2- استنتج $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(2+\sin x)-\ln(2)}{x}$ .

| رقم الخطوة | الإجابة | الدرجة | الملاحظات |
|---|---|---|---|
| 1 | إيجاد $g'(x)$<br>حساب $g'(0)$ حساب $g(0)$ | 10+5<br>5+5 | |
| 2 | كتابة النهاية المطلوبة بالشكل<br>$\lim_{x\to 0}\frac{g(x)-g(0)}{x-0}=g'(0)$<br>معرفة النهاية | 5+5<br>5 | |
| | **المجموع** | **40** | |

**السؤال الرابع:** جد الحل المشترك لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases}\ln(x)+\ln(y)=\ln(6)\\ \ln(x+y)=\ln(5)\end{cases}$$

| الإجابة | الدرجة | الملاحظات |
|---|---|---|
| شرطي الحل $x>0$ , $y>0$ | 3+3 | |
| قانون $\ln(x\times y)=\ln(6)$<br>$x\times y=6$ | 5<br>5 | |
| $x+y=5$ | 10 | |
| معرفة الحلين:<br>$x=2\ ,\ y=3$<br>$x=3\ ,\ y=2$ | 5+5<br>2+2 | عدم كتابة الحل الثاني يخسر 4 درجات |
| **المجموع** | **40** | عند كتابة شرط الحل مع الحلين مباشرة ينال الدرجة كاملة |

**السؤال الخامس:** ليكن $I=\int_0^1\frac{x^3}{1+x^4}dx$ و $J=\int_0^1\frac{x^7}{1+x^4}dx$ **والمطلوب:**

احسب $I$ ثمّ $I+J$ واستنتج $J$ .

| الإجابة | الدرجة | الملاحظات |
|---|---|---|
| اصلاح + التابع الأصلي + التعويض + الناتج | 5x4 | |
| حساب واختزال $(I+J)$ + التابع الأصلي+الناتج | 5x3 | |
| استنتاج التكامل $J$ | 5 | |
| **المجموع** | **40** | |

**السؤال السادس:** لتكن $C$ دائرة مركزها $O$ ، رسمنا فيها ستة أقطار مختلفة، لتكن $S=\{A_1,A_2,\ldots,A_{12}\}$ مجموعة أطراف هذه الأقطار. **والمطلوب:**

1- ما عدد المثلثات التي رؤوسها من عناصر $S$ ؟

2- ما عدد المضلعات الرباعية التي رؤوسها من عناصر $S$ ؟

3- كم مستطيل رؤوسه من عناصر $S$ ؟

| رقم الخطوة | الإجابة | الدّرجة | الملاحظات |
|---|---|---|---|
| 1 | التوافيق<br>التعويض + الناتج | 10<br>2+2 | |
| 2 | التوافيق<br>التعويض + الناتج | 10<br>1+2 | |
| 3 | التوافيق<br>تعويض + الناتج | 10<br>1+2 | |
| | **المجموع** | **40** | |

**ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: ( 70 درجة لكل من التمرينين الأوّل والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث )**

**السؤال السابع: التمرين الأول :** لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ :

$$u_n=\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\ldots+\frac{1}{5^n} \quad \text{و} \quad v_n=u_n+\frac{1}{2^n}$$

**والمطلوب:**

1- أثبت أنّ $(u_n)_{n\geq1}$ متتالية متزايدة و $(v_n)_{n\geq1}$ متتالية متناقصة .

2- استنتج أنّ المتتاليتين $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان.

3- أثبت أنّ $u_n=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{5^n})$ ، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ واستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n$ .

| رقم الخطوة | الإجابة | الدرجة | الملاحظات |
|---|---|---|---|
| 1 | $u_{n+1}-u_n$ + الناتج | 5 + 3 | |
| | استنتاج إشارة $u_{n+1}-u_n$ | 5 | |
| | استنتاج أن المتتالية متزايدة | 2 | |
| | $v_{n+1}-v_n$<br>التعويض | 5<br>5 | |
| | استنتاج إشارة $v_{n+1}-v_n$ | 5 | |
| | استنتاج أن المتتالية متناقصة | 2 | |
| | حساب الفرق + النهاية $\lim\limits_{n\to\infty}(v_n-u_n)=0$ | 3+5 | |
| 2 | استنتاج أن المتتاليتين متجاورتين | 2 | |
| 3 | $u_n$ مجموع حدود متوالية من متتالية هندسية + قانون المجموع<br>الوصول إلى $u_n=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{5^n})$ | 5+5<br>5 | |
| | حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$<br>استنتاج $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n$ | 8<br>5 | |

|  |  |  |  |
|---|---|---|---|
|  | المجموع | **70** |  |

**السؤال الثامن: التمرين الثاني:** أجب عن الأسئلة الثلاثة الآتية:

1- جد كل عدد عقدي $j$ يحقق $j^3=1$ ، واكتبه بالشكل الجبري.

2- إذا كان $\beta$ عدداً حقيقياً وكان العدد العقدي $\omega=\dfrac{\beta+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i\beta}$

a) أثبت أنّ $|\omega|=1$.

b) من أجل $\beta=1$ ، أثبت أنّ: $\omega^{12}=1$ .

3- عيّن مجموعة نقاط المستوي $M(z)$ التي تحقق أنّ $|z-2+i|=5$.

| رقم الخطوة | الإجابة | الدرجة | الملاحظات | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $j=re^{i\theta}$<br>$j^3=r^3e^{3i\theta}=1$ | 2 | طريقة ثانية:<br>$J^3=1$<br>$J^3-1=0$ | |
| | $r^3=1\Rightarrow r=1$<br>$3\theta=2\pi k \quad : k\in\mathbb{Z}$<br>$\theta=\dfrac{2\pi}{3}k$ | 2 | $(J-1)\left(J^2+J+1\right)=0$<br>إما $J=1$<br>أو $J^2+J+1=0$ | 3<br>5 |
| | معرفة $j_1=1$<br>$j_2=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ + الشكل الجبري<br>$j_3=e^{\frac{4\pi}{3}i}$ +الشكل الجبري | 5<br>1+2<br>1+2 | حساب $\Delta$<br>$J_1=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$<br>$J_2=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ | 3<br>2<br>2 |
| 2 a) | $\lvert\omega\rvert=\dfrac{\lvert\beta+i\sqrt{3}\rvert}{\lvert\sqrt{3}-i\beta\rvert}$<br>$\lvert\beta-i\sqrt{3}\rvert=\lvert\beta+i\sqrt{3}\rvert=\sqrt{\beta^2+3}$<br>ومنه استنتاج $\lvert\omega\rvert=1$ | 5<br>5+5<br>5 | | |
| 2 b) | $\omega=\dfrac{2(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)}{2(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i)}$<br>$\omega=\dfrac{e^{\frac{i\pi}{3}}}{e^{\frac{-i\pi}{6}}}=e^{\frac{i\pi}{2}}$<br>$\omega=i$<br>$\omega^{12}=1$ | 2 للبسط + 2 للمقام<br>2 للبسط + 2 للمقام +2<br>2<br>3 | | |
| 3 | $\lvert z-(2-i)\rvert=5$<br>دائرة<br>مركزها + نصف قطرها | 5<br>5<br>5+5 | | |
| | **المجموع** | **70** | | |

**– الطلب الثاني a):**

### طريقة ثانية

| | | |
|---|---|---|
| $\omega=\frac{i\left(\sqrt{3}-\beta i\right)}{\sqrt{3}-\beta i}=i$ | 10+5 | |
| $\lvert\omega\rvert=\lvert i\rvert=1$ | 5 | |

### طريقة ثالثة

| | | |
|---|---|---|
| $\overline{\omega}=\frac{\beta-i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i\beta}$ | 5 | |
| $\frac{1}{\omega}=\frac{\sqrt{3}-i\beta}{\beta+i\sqrt{3}}$ | 5 | |
| $\frac{\sqrt{3}-i\beta}{\beta+i\sqrt{3}}=\frac{\beta-i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i\beta}$<br>$\beta^2+3=3+\beta^2$ | 5 | |
| $\overline{\omega}=\frac{1}{\omega}$ | 3 | |
| $\lvert\omega\rvert=1$ | 2 | |

### طريقة رابعة

| | | |
|---|---|---|
| $\omega\cdot\overline{\omega}=\frac{\left(\beta+i\sqrt{3}\right)\left(\beta-i\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{3}-i\beta\right)\left(\sqrt{3}+i\beta\right)}$<br>$=\frac{\beta^2+3}{3+\beta^2}=1$<br>$\lvert\omega\rvert=1$ | 5+5<br>5<br>5 | |

**السؤال التاسع: التمرين الثالث:**

لدينا صندوق يحتوي على ثلاث بطاقات ملونة، واحدة زرقاء تحمل الرقم $(2)$ وبطاقتان حمراوان تحملان الرقمين $(0)$ و $(1)$ ، نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة ، ونعرّف المتحولين العشوائيين $X$ و $Y$ كالآتي:

$X$ يدل على عدد البطاقات الحمراء المسحوبة.

$Y$ يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين. **والمطلوب:**

1- اكتب مجموعة قيم $X$ وقانونه الاحتمالي.

2- اكتب مجموعة قيم $Y$ وقانونه الاحتمالي.

3- اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج ( $Y$ ، $X$ )، أيكون المتحولان $X$ و $Y$ مستقلين احتمالياً؟ لماذا؟

| رقم الخطوة | الإجابة | الدرجة | الملاحظات |
|---|---|---|---|
| 1 | $X=\{1,2\}$ | 2+2 | إذا كتب قيم $X$ و $Y$ في جدول القانون الاحتمالي للزوج ( $Y$ ، $X$ ) ينال درجة $X$ و $Y$<br>إذا استعمل الطالب التوافيق بشكل صحيح ينال الدرجة كاملة<br>إذا استعمل الطالب السحب مع الإعادة يخسر 20 درجة |
| | $p(X=1)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$<br>$=\frac{2}{3}$ | 3+(3تباديل)<br>2 | |
| | $p(X=1)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$<br>$=\frac{1}{3}$ | 3+3<br>2 | |
| 2 | $Y=\{1,2,3\}$ | 2+2+2 | |
| | $p(Y=1)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$<br>$=\frac{1}{3}$ | 3+(3تباديل)<br>2 | |
| | $p(Y=2)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$<br>$=\frac{1}{3}$ | 3+(3تباديل)<br>2 | |
| | $p(Y=3)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$<br>$=\frac{1}{3}$ | 3+(3تباديل)<br>2 | |
| 3 | $\begin{array}{\|c\|c\|c\|c\|}\hline {}^{X}\backslash_{Y} & 1 & 2 & \text{قانون } Y \\ \hline 1 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \hline 2 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \hline 3 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \hline \text{قانون } X & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \\ \hline \end{array}$ | 6X1 | |
| | غير مستقلين احتمالياً<br>$\begin{cases} p((X=1)\cap(Y=1))=0 \\ p(X=1)\cdot p(Y=1)=\frac{1}{9}\neq 0 \end{cases}$ | 2<br>2 | |
| | المجموع | 60 | |

**ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين:** (100 درجة لكل مسألة)

**السؤال العاشر: المسألة الأولى:**

في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(2,-2,2)$ و $B(1,1,0)$ و $C(1,0,1)$ و $D(0,0,1)$. **والمطلوب:**

1- تحقّق أنّ النقاط $B$ و $C$ و $D$ لا تقع على استقامة واحدة.

2- أثبت أنّ: $y+z-1=0$ هي معادلة للمستوي $(BCD)$.

3- أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم $\Delta$ المار من النقطة $A$ ويعامد المستوي $(BCD)$.

4- عيّن إحداثيات النقطة $K$ المسقط القائم للنقطة $A$ على المستوي $(BCD)$.

5- اكتب معادلة للكرة التي تقبل $[AD]$ قطراً لها.

| رقم الخطوة | الإجابة | الدرجة | الملاحظات | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | إيجاد المركبات $\overrightarrow{BC}$ , $\overrightarrow{BD}$ | 2×6 | | |
| | عدم تناسب المركبات<br>الاستنتاج | 6<br>4 | | |
| 2 | تعويض النقاط في معادلة المستوي | 3×7 | طريقة ثانية:<br>$\vec{n}(a,b,c)$<br>$\vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0$<br>$\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0$<br>إيجاد $a,b,c$<br>كتابة معادلة المستوي | 3<br>3<br>3+3+3<br>3+3<br>قانون + تعويض |
| 3 | $\vec{u}=\vec{n}$ | 8 | | |
| | إيجاد التمثيل الوسيطي<br>قانون + تعويض | 3×3+5 | | |
| 4 | تعويض التمثيل الوسيطي في معادلة المستوي<br>الوصول لقيمة $t$<br>نقطة التقاطع | 10<br>5<br>5 | | |
| 5 | إيجاد مركز الكرة منتصف $[AD]$ | 5 | | |
| | حساب ( القطر +نصف القطر) | 2+3 | عند حساب نصف القطر مباشرة ينال 5 | |
| | تعويض في معادلة الكرة | 5 | | |
| | المجموع | 100 | | |

**السؤال الحادي عشر: المسألة الثانية:**

ليكن $C$ الخط البياني للتابع $f$ المعرّف على $]-\infty,1[$ وفق: $f(x)=e^{x}+\ln(1-x)$ وليكن $g$ التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x)=(1-x)e^{x}-1$ . **والمطلوب:**

1- ادرس اطراد التابع $g$ واستنتج أنّ $g(x)\le 0$ مهما تكن $x\in\mathbb{R}$.

2- تحقق أن $f'(x)=\dfrac{g(x)}{1-x}$ على المجال $]-\infty,1[$ ، ثمّ ادرس تغيرات التابع $f$ ونظم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة للمستقيم المماس $T$ للخط $C$ في نقطة منه فاصلتها $x=0$ .

4- في معلم متجانس ارسم المستقيم $T$ ، ثمّ ارسم $C$ الخط البياني للتابع $f$.

| رقم الخطوة | الإجابة | الدّرجة | الملاحظات |
|---|---|---|---|
| 1 | حساب $g'(x)$<br>إيجاد حل المعادلة $g'(x)=0$ | 5+5<br>5 | |
| | إيجاد $g(0)$<br>جدول الاطراد (إشارات + أسهم )<br>$g(x)\le 0$ | 5<br>2+2+3+3<br>5 | |
| 2 | إثبات $f'(x)=\dfrac{g(x)}{1-x}$<br>أيجاد النهايات | 5×3<br>5+5 | |
| | جدول التغيرات | 5+5 | |
| 3 | معادلة المماس + حساب الميل<br>كتابة معادلة المماس + $f(0)=1$ | 5+5<br>5+5 | |
| | رسم المماس + رسم الخط البياني | 5+5 | |
| | المجموع | 100 | |

**- انتهى السُّلّم -**