

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	\searrow	-2	\nearrow
			4	\searrow
				3

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على \mathbb{R}

خطه البياني C .

1- جد $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C .

3- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .

4- احسب $f(]-1,2[)$.

السؤال الثاني: عيّن الحد المستقل عن x في منشور $(x + \frac{1}{x^2})^6$.

السؤال الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R}^* وفق: $f(x) = x + 3 - \frac{1}{x^2}$ والمطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 3$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$ ، ثم ادرس الوضع النسبي

للخط C والمستقيم Δ .

السؤال الرابع: في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$

1) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$.

2) أثبت أن المستقيمين (AB) و d متعامدان.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: لنكن المتتالية $(S_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق: $S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}$ والمطلوب:

1) أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n \geq 0}$ متزايدة تماماً.

2) أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n = \frac{1}{2}(3 - \frac{1}{3^n})$ ، ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n \geq 0}$

وبيّن أنها متقاربة.

التمرين الثاني:

يحتوي صندوق على خمس كرات، ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0، 1، 2 وكرتان بيضاء اللون وتحمل

الأرقام 0، 1، نسحب عشوائياً كرتين على التوالي دون إعادة من هذا الصندوق.

1- الحدث A : "الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته"، احسب $P(A)$.

2- نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين.

عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي، ثم احسب توقعه الرياضي.

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $[-1, +\infty[$ وفق العلاقة: $f(x) = \frac{2 + \ln x}{1 + \ln x}$ والمطلوب:

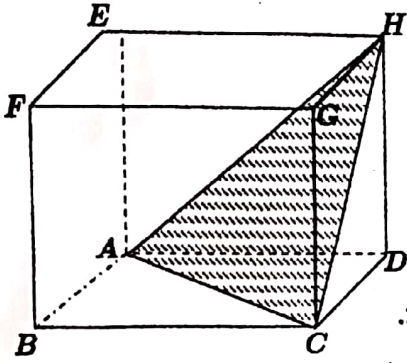
1) جد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم أعط عدداً حقيقياً A يحقق الشرط: إذا كان $x > A$ ، كان $f(x)$ في المجال $]0.9, 1.1[$.

2) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(f(x))$.

- التمرين الرابع : لتكن النقطتان A و B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية $z_A = -1 + i$ و $z_B = -3i$ ،
ولكن $p(z) = z^2 + (1 + 2i)z + 3 + 3i$ والمطلوب :
1- أثبت أن z_A حلاً للمعادلة $p(z) = 0$ ثم استنتج الحل الآخر للمعادلة.
2- جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة A' صورة النقطة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$.
3- اكتب z_A بالشكل الأسّي.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: نتأمل في معلم متجانس $(A, \overline{AB}, \overline{AD}, \overline{AE})$ ، المكعب $ABCDEFGH$



والمطلوب:

- 1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط A, C, H, F, D .
- 2) اكتب معادلة للمستوي (ACH) .
- 3) أثبت أن المستوي P الذي معادلته $p: -2x + 2y - 2z + 1 = 0$ يوازي المستوي (ACH) .
- 4) بفرض I مركز ثقل المثلث ACH أثبت أن F, I, D على استقامة واحدة.
- 5) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها $\Omega(1, -1, 1)$ ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$ ،
وبيّن أن المستوي (ACH) يمس الكرة S .

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} وفق: $f(x) = \frac{4}{1+e^x}$ والمطلوب :

- 1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب وجدته.
- 2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.
- 3- جد معادلة للمماس T للخط البياني C عند النقطة $(0, 2)$ ، ودرس الوضع النسبي لـ T و C .
- 4- في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني C .
- 5- ليكن C' الخط البياني للتابع g المعرف على \mathbb{R} وفق $g(x) = \frac{4e^x}{1+e^x}$ ، استنتج الخط البياني C' للتابع g .

- انتهت الأسئلة -

ملاحظة : يُمنع استعمال الآلات الحاسبة والجدول اللوغاريتمية .