سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الأولى لعام 2019م

 حقوق النشر والتوزيع والطبع محفوظة لوزارة التربية

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	جدول تغيرات
2	السؤال الثاني	تحليل توافقي
3	السؤال الثالث	تحليل(مقارب)
4	السؤال الرابع	أشعة
5	السؤال الخامس/ التمرين الأول	متتاليات
6	السؤال السادس/ التمرين الثاني	احتمالات
7	السؤال السابع/ التمرين الثالث	تحليل
8	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	عقدية
9	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة
10	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة تحليل

2- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

3- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

4- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

5- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي الخطأ إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

6- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

7- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

8- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال..... لأنه بلا إجابة)

11- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :

المئات	العشرات	الأحاد
1	1	2

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ خطه البياني C .

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	3

1- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C.

3- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.

4- احسب $f(\,]-1,2[\,)$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+3$ أو فقط (3)	8
2	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ أو فقط $(+\infty)$	8
3	المقارب الأفقي $y=3$	8
4	$f(-1)=-2$ أو فقط (-2)	8
5	$f(\,]-1,2[\,)=]-2,4[$ أو فقط $(\,]-2,4[\,)$	4 أطراف + 4 مجالات
	المجموع	40

السؤال الثاني : عيّن الحد المستقل عن x في منشور $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^6$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$T_r=\binom{n}{r}a^{n-r}.b^r$	10
2	$T_r=\binom{6}{r}x^{6-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r$	5+5
3	$T_r=\binom{6}{r}x^{6-r}\,x^{-2r}$	5
4	$T_r=\binom{6}{r}x^{6-3r}$	5
5	الحد المستقل عن x $6-3r=0$ $r=2$	3 2
6	$T_2=\binom{6}{2}$ أو كتب الحد الثالث	5
	المجموع	40

ملاحظة: إذا حسب الطالب بشكل منفرد $x^{6-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r$

- إذا كتب الطالب $x^{6-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r=x^0$ ينال 20 درجة فقط
- $x^{6-3r}=x^0$ 5 درجات
- $6-3r=0$, $r=2$ 5 درجات

 حقوق النشر والتوزيع والطبع محفوظة لوزارة التربية

السؤال الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}^*$ وفق : $f(x)=x+3-\frac{1}{x^2}$ والمطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+3$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$ ، ثمّ ادرس الوضع النسبي للخط C والمستقيم Δ.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$f(x)-y=(x+3-\frac{1}{x^2})-(x+3)$	5 + 5 تعويض قانون
2	$=-\frac{1}{x^2}$	5 نتيجة
3	$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-y_\Delta)=0$	10
4	$f(x)-y_\Delta=-\frac{1}{x^2}<0$	10
5	C تحت Δ	5
	المجموع	40

السؤال الرابع: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$.

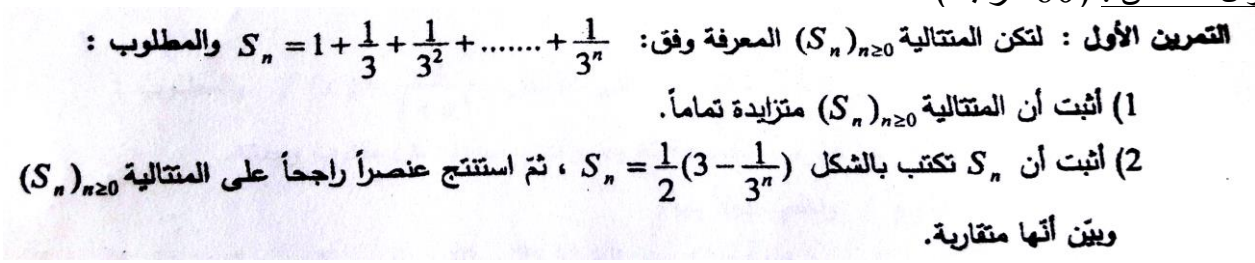
1) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$.

2) أثبت أن المستقيمين (AB) و d متعامدان.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$d:\begin{cases}x=2t+1\\y=2t\\z=t+1\end{cases}:t\in R$	10 + 5 تعويض قانون
2	$\overrightarrow{AB}(-1,1,0)$	5
3	$\overrightarrow{AB}.\vec{u}=(-1)(2)+(1)(2)+(0)(1)$	5 + 5
4	$\overrightarrow{AB}.\vec{u}=0$	5
5	إذن المستقيم (AB) يعامد المستقيم d	5
	المجموع	40

ثانيا: حل التمارين الاربعة الاتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (60 درجة)



التمرين الأول : لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $S_n = 1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+.....+\frac{1}{3^n}$ والمطلوب :

1) أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً.

2) أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n = \frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^n})$ ، ثمّ استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ وبيّن أنّها متقاربة.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$S_{n+1}=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+.....+\frac{1}{3^n}+\frac{1}{3^{n+1}}$	10
2	$S_{n+1}-S_n=\frac{1}{3^{n+1}}>0$	5 + 5+ 5 قانون
3	قانون مجموع حدود متتالية هندسية	5
4	$S_n=(1).\frac{1-(\frac{1}{3})^{n+1}}{1-\frac{1}{3}}$	5
5	$S_n=\frac{3}{2}(1-(\frac{1}{3})^{n+1})$	5
6	$=\frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^n})$	5
7	$S_n\leq\frac{3}{2}$	5
8	الحد الراجح أي عدد أكبر أو يساوي $\frac{3}{2}$	5
9	S_n $_{n\geq 0}$ متتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متتالية متقاربة	5
	المجموع	60

ملاحظة: إذا أوجد $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n=\frac{3}{2}$ وكتب كذلك المتتالية متقاربة ينال الدرجة المخصصة للخطوة رقم 9

ملاحظة: إذا حلّ الطالب الطلب الثاني بالتدريج ينال الدرجات المخصصة للخطوات 3 , 4 , 5 , 6 وفق الجدول الآتي:

1	ترميز $E(n)$	2
2	إثبات صحة $E(0)$	2+2
3	نفرض صحة $E(n)$ ونُثبت صحة $E(n+1)$	2+2
4	كتابة $S_{n+1}=S_n+\frac{1}{3^{n+1}}$	2
5	استخدام الفرض وكتابة: $S_{n+1}=\frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^n})+\frac{1}{3^n}\times\frac{1}{3}$	2
6	$S_{n+1}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\frac{1}{3^n}+\frac{1}{3^n}\times\frac{1}{3}$	2
7	الوصول إلى: $S_{n+1}=\frac{3}{2}-\frac{1}{3^n}(\frac{1}{3\times 2})$	2
8	$S_{n+1}=\frac{1}{2}(3-\frac{1}{3^{n+1}})$	2

ملاحظة: إذا اثبت التزايد بالتدريج وفق ما يأتي ينال الدرجات المخصصة للخطوات 1و2 وفق الجدول الآتي:

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$S_{n+1}-S_n>0$	5
2	ترميز $E(n)$	2
3	إثبات صحة $E(0)$	2+2
4	نفرض صحة $E(n)$ ونُثبت صحة $E(n+1)$	2+2
5	الإصلاح و النتيجة	2×(5)

السؤال السادس : (60 درجة)

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق على خمس كرات، ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0 ، 1 ، 2 وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0، 1 ، نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من هذا الصندوق.

1- الحدث A : " الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته" ، احسب $P(A)$.

2- نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين.

عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي، ثمّ احسب توقعه الرياضي.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$P(A)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{8}{20}$	4× 3
2	$X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$	8
3	$P(x=0)=.....=\frac{2}{20}$	5
	$P(x=1)=.....=\frac{8}{20}$	5
	$P(x=2)=.....=\frac{6}{20}$	5
	$P(x=3)=.....=\frac{4}{20}$	5
4	$\begin{array}{c\|cccc} x & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P(x) & \frac{2}{20} & \frac{8}{20} & \frac{6}{20} & \frac{4}{20} \end{array}$	5
5	$E(x)=\sum_{i=1}^{i=4}x_iP_i$ 5	5
6	$=\frac{0+8+12+12}{20}$	5
7	$=\frac{32}{20}$	5
	المجموع	60

ملاحظة: إذا أنجز الحل على اعتبار أن السحب بالتتالي مع إعادة وتابع بشكل صحيح يخسر (10 درجات)

ملاحظة: في الخطوتين 3 و 4 إذا كتب الطالب:

	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	3

ثمّ كتب جدول القانون الاحتمالي وفق الشكل:

X	0	1	2	3
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$

ينال 15 درجة فقط للخطوتين

ملاحظة: إذا أنجز الطالب إحدى الخطوات 1 أو 2 أو 3 أو 4 معتمداً على جدول ينال الدرجات المخصصة

السؤال السابع : (60 درجة)

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $I=]e^{-1},+\infty[$ وفق العلاقة : $f(x)=\frac{2+\ln x}{1+\ln x}$ والمطلوب :

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثمّ أعطِ عدداً حقيقياً A يحقق الشرط: إذا كان $x>A$ ، كان $f(x)$ في المجال $]0.9\ ,1.1[$.

2) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$	5 + 5
2	$\left\|\frac{\ln(x)+2}{\ln(x)+1}-1\right\|<0.1$	5 + 5 + 5 + 5 نصف قطر + مركز+ قانون + تعويض
3	$\left\|\frac{1}{\ln(x)+1}\right\|<\frac{1}{10}$	5
4	$1+\ln(x)>10$	5 + 5
5	$\ln(x)>9$	3
6	$x>e^9$ أو أي عدد أكبر منها $A=e^9$	2
7	$\lim_{x\to+\infty} f(f(x))=f(1)=2$	5 + 5
	المجموع	60

ملاحظة: إذا حل الطالب بالطريقة الآتية:

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$f(x)=1+\frac{1}{\ln x+1}$	5
2	$\frac{9}{10}<1+\frac{1}{\ln x+1}<\frac{11}{10}$	5 + 5
3	$-\frac{1}{10}<\frac{1}{\ln x+1}<\frac{1}{10}$	5
4	$0<\frac{1}{\ln x+1}<\frac{1}{10}$	5
5	$\ln(x)+1>10$	5
6	$\ln(x)>9$	5
7	$x>e^9$	5
	أو أي عدد أكبر منها $A=e^9$	

ملاحظة: إذا أخطأ الطالب في حساب المر كز أو نصف القطر يخسر درجتان ويُتابع له التصحيح.

السؤال الثامن : (60 درجة)

التمرين الرابع : لتكن النقطتان A و B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية $z_A = -1+i$ و $z_B = -3i$ ،

ولیکن $p(z) = z^2 + (1+2i)z + 3 + 3i$ والمطلوب :

1- أثبت أنّ z_A حلاً للمعادلة $p(z) = 0$ ثمّ استنتج الحل الآخر للمعادلة.

2- جد العدد العقدي z' الممثّل للنقطة A' صورة النقطة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3- اكتب z_A بالشكل الأسّي.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$P(-1+i) = (-1+i)^2 + (1+2i)(-1+i) + 3 + 3i = 0$	5 + 5 + 5 تعويض + نشر + نتيجة
2	$Z_1 + Z_2 = -\frac{b}{a}$ أو $Z_1 . Z_2 = \frac{c}{a}$	5
3	الوصول $Z = -3i$	5 + 5 تعويض + نتيجة
4	$Z' - Z_B = e^{i\theta}(Z_A - Z_B)$	5
5	$Z' + 3i = e^{i\frac{\pi}{2}}(-1+i+3i)$	5
6	$Z' = -4-4i$	5
7	$r = \sqrt{2}$	5
8	$\theta = \frac{3\pi}{4}(2\pi)$	5
9	$Z_A = \sqrt{2}\, e^{i\frac{3\pi}{4}}$	5
	المجموع	60

ملاحظة: إذا استنتج الطالب الجذر الآخر بأي طريقة صحيحة ينال الدرجة المخصصة

ملاحظة: إذا أوجد الجذرين باستخدام المميز أو الإتمام إلى مربع كامل أو القسمة الإقليدية ينال الدرجات المخصصة كاملة

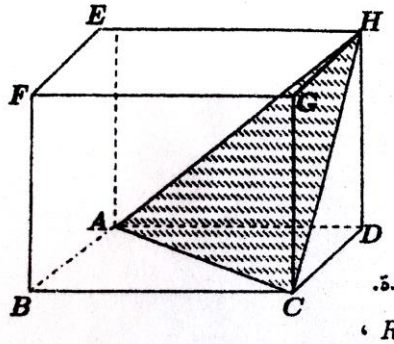
إيجاد المميز $3\times(2)$ درجات

إيجاد الجذرين الطبيعيين للمميز $2\times(8)$ درجات

إيجاد الجذرين المطلوبين $2\times(4)$ درجات

السؤال التاسع :

المسألة الأولى: نتأمل في معلم متجانس $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$، المكعب $ABCDEFGH$



والمطلوب:

1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط $A\ ,\ C,\ H,\ F\ ,\ D$.

2) اكتب معادلة للمستوي (ACH) .

3) أثبت أن المستوي P الذي معادلته $p: -2x+2y-2z+1=0$ يوازي المستوي (ACH).

4) بفرض I مركز ثقل المثلث ACH أثبت أنّ $F,\ I\ ,\ D$ على استقامة واحدة.

5) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها $\Omega(1,-1,1)$ ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$ ، وبيّن أن المستوي (ACH) يمس الكرة S.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	ايجاد إحداثيات A,C,D,F,H	5×(3)
2	معادلة المستوي من الشكل $ax+by+cz+d=0$	5
3	تعويض النقاط الثلاث والحصول على ثلاث معادلات خطية بدلالة a,b,c,d	3×(4)
4	إيجاد a,b,c	3×(3)
5	كتابة معادلة المستوي	4
6	التحقق من التوازي	2×(5)
7	احداثيات مركز الثقل	3×3
8	إثبات النقاط H,I,F على استقامة واحدة	5 + 3 + 3 تناسب شعاع شعاع
9	معادلة الكرة (قانون +تعويض)	2×(5)
10	حساب بعد Ω عن المستوي (ACH) (قانون + نتيجة)	5+5
11	التحقق من بعد Ω عن المستوي $r=$	5
	المجموع	100

طريقة ثانية لإيجاد معادلة المستوي:

1	$\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AC}+\beta\overrightarrow{AH}$	5
2	$\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix}=\alpha\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}+\beta\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}$	3×3
3	الإصلاح وكتابة المعادلات	3×(4)
	إيجاد معادلة المستوي	4

طريقة ثالثة لإيجاد معادلة المستوي:

1	ناظم $\vec{n}(a,b,c)$	2
2	إيجاد مركبات أي شعاعين من (ACH)	2×(3)
3	الجداء السلمي يساوي الصفر	2×(3)+2×(3)
4	حساب الثوابت $a\ ,\ b\ ,\ c$ أو كتابة $\vec{n}(a,b,c)$	2×(3)
5	معادلة المستوي	4

- ملاحظة1: الوصول إلى معادلة المستوي بأي طريقة سليمة أخرى لم تذكر في السلم توزع الدرجات بما يتوافق مع السلم
- ملاحظة2: إذا نسب الطالب المكعب إلى معلم آخر وتابع حلّ المسالة بطريقة صحيحة يخسر 3 درجات فقط

السؤال العاشر :

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\frac{4}{1+e^x}$ والمطلوب :

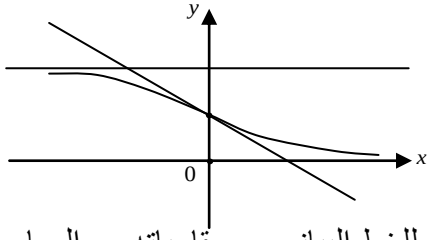
1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب وجدته.

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- جد معادلة للمماس T للخط البياني C عند النقطة (2 ، 0) ، وادرس الوضع النسبي لـ C و T.

4- في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني C .

5- ليكن C' الخط البياني للتابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x)=\frac{4e^x}{1+e^x}$ ، استنتج الخط البياني C' للتابع g.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	10
2	مقارب أفقي $y=0$	5
3	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=4$	10
4	مقارب أفقي $y=4$	5
5	$f'(x)=\frac{-4e^x}{(1+e^x)^2}<0$	10
6	x: $-\infty$ ، $+\infty$ ؛ $f'(x)$: $-$ ؛ $f(x)$: $4 \searrow 0$	5 + 5
7	قانون المماس	5
8	$m=f'(0)=-1$	3
9	معادلة T: $y=-x+2$	2
10	تشكيل تابع الفرق	5
11	x: $-\infty$ ، 0 ، $+\infty$ ؛ الوضع النسبي: C فوق Δ ، C تحت Δ	5×2
12	 الرسم الدقيق للخط البياني مع مقارباته مع المماس	رسم C 5 ؛ رسم المقاربين 2+3 ؛ رسم المماس 5
13	$f(-x)=\frac{4}{1+e^{-x}}=f(-x)=\frac{4}{1+e^{-x}}$ C' نظير C بالنسبة لمحور التراتيب	5+5
	المجموع	100

ملاحظة: في استنتاج C' إذا كتب الطالب ما يأتي:

1	$g(x)=\frac{4e^x+4-4}{(1+e^x)^2}=4-f(x)$	5
2	C' ينتج عن C وفق تناظر لمحور الفواصل ثمّ إنسحاب شعاعه $4\vec{j}$ على محور التراتيب	5

ملاحظة: الرسم الصحيح للخط C' ينال 10 درجات

انتهى السلم