

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

في الشكل المرسوم جانباً، ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف

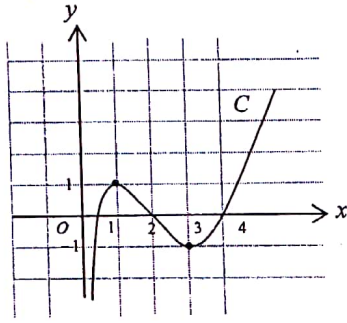
على المجال $[0, +\infty[$ والمطلوب:

1) جد $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) دل على القيم الحدية مبيئاً نوعها.

3) جد حلول المتراجحة: $f'(x) \leq 0$

4) جد f على $[1,3]$



السؤال الثاني: عيّن قيم العدد n التي تحقق العلاقة: $\binom{15}{2n} = \binom{15}{n+3}$

السؤال الثالث: ليكن f التابع المعروف على \mathbb{R} وفق:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \sin x}{\sqrt{x^2 + 1} - 1} & : x \neq 0 \\ m & : x = 0 \end{cases}$$

1- جد نهاية التابع f عند الصفر .

2- عيّن قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقطتان: $A(2,1,-2)$, $B(-1,2,1)$ والمستوي: $P: 3x - y - 3z - 8 = 0$

1- أثبت أن المستقيم (AB) يعامد المستوي P .

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ، ثم عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على P .

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعروف على $]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = ax + b - \frac{\ln x}{x}$ والمطلوب:

1- عيّن العددين الحقيقيين a , b إذا علمت أن المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي

$$y = 3x$$

2- من أجل $a = 4$, $b = -4$ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 4x - 4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$

ثم ادرس الوضع النسبي بين C و Δ .

التمرين الثاني:

نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس (O, \vec{u}, \vec{v}) النقاط A , B , C التي تمثلها الأعداد العقدية:

$$a = 6 - i, \quad b = -6 + 3i, \quad c = -18 + 7i$$
 بالترتيب. المطلوب:

1) احسب العدد $\frac{b-a}{c-a}$, واستنتج أن النقاط A , B , C تقع على استقامة واحدة.

2) بفرض $d = 1 + 6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته θ أحسب θ .

3) جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N ليكون الرباعي $OAND$ مربعاً.

يتبع في الصفحة الثانية

لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ والمطلوب:

- (1) ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$.
- (2) أثبت أن العدد 2 راجح على $(u_n)_{n \geq 0}$.
- (3) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ ، ثم جد عدداً طبيعياً n_0 يحقق أيّاً كان $n > n_0$ كان u_n في المجال $]1.9, 2.1[$.

التمرين الرابع:

صندوق يحتوي على خمس كرات منها كرتان حمراوان، وثلاث كرات زرقاء، نكرر عملية سحب عشوائي لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يتبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته .
ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة.
عين مجموعة القيم التي يأخذها X ، واكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول X ، واحسب توقعه الرياضي.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

$$P : 2x - y + 2z - 2 = 0$$

نأمل في معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقطة $A(1, 2, 0)$ والمستويات: $Q : x + y + z - 1 = 0$ والمطلوب:

$$R : x - z - 1 = 0$$

(1) أثبت أن المستويين P, Q متقاطعان بفصل مشترك Δ ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له.

(2) تحقق أن المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A .

(3) أثبت أن المستويات P, Q, R تتقاطع بنقطة I يطلب تعيين إحداثياتها.

(4) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ .

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على \mathbb{R} وفق: $f(x) = \frac{2x}{e^x}$ والمطلوب:

(1) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي.

(2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

(3) في معلم متجانس أرسم الخط C .

(4) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحوري الإحداثيات والمستقيم $x = 1$.

(5) استنتج رسم الخط C_1 للتابع g المعرفة وفق: $g(x) = 2xe^x$.

(6) أثبت أن $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية: $y' + y = 2e^{-x}$.

=====

- انتهت الأسئلة -

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجدول اللوغاريتمية