سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات ـ مكفوفين

الدورة الامتحانية الثانية لعام ٢٠١٩م

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	قراءة خط بياني
٢	السؤال الثاني	تحليل توافقي
٣	السؤال الثالث	الاستمرار
٤	السؤال الرابع	أشعة
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	تابع لوغاريتمي مقارب مائل
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	عقدية
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	متتاليات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	احتمالات
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة / هندسة
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة تحليل

٢-يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي الخطأ إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦-إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :	الأحاد	العشرات	المئات
	٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.
حقل الآحاد بالعشرات.
حقل العشرات بالمئات.

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: من الجدول يستنتج ما يلي:

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty$ أو فقط $(-\infty)$	5
2	$\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$ أو فقط $(+\infty)$	5
3	(كبرى محلياً) $f(1)=1$ أو $(1$	5+5
4	(صغرى محلياً) $f(3)=-1$ أو $(1-$	5+5
5	[1,3]	5
	[-1,+1]	5
	المجموع	40

ملاحظة: إذا فتح أحد طرفي المجالات أو كلاهما يخسر درجتين.

السؤال الثاني: عيّن قيم العدد n التي تحقق العلاقة : $\binom{15}{2n} = \binom{15}{n+3}$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	شرط الحل	10
2	الوصول إلى $n=4$ أو $n=3$	15+15
	المجموع	40

طريقة ثانية:

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	إيجاد شرط الحل	10
2	$\frac{15!}{(2n)!(15-2n)!} = \frac{15!}{(n+3)!(12-n)!}$ $(2n)!(15-2n)! = (n+3)!(12-n)!$ $\frac{(2n)!}{(n+3)!} = \frac{(12-n)!}{(15-2n)!}$	4+4 4 4
3	$P_{2n}^{n-3} = P_{12-n}^{n-3}$	4
4	$2n = 12 - n$ n=4 n=3	.... 5+5
	المجموع	40

ملاحظة١: كتب n=4 , n=3 مباشرة يخسر 10 درجات (شرط الحل)
ملاحظة٢: في حال جرب الأعداد من 0 إلى 7 فقط ، ينال درجة شرط الحل ثم اكمل بتحديد n=3 أو n=4 ينال الدرجات كاملة

السؤال الثالث: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & : x\neq 0\\ m & : x=0\end{cases}$$

والمطلوب:

1- جد نهاية التابع f عند الصفر .

2- عيّن قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
5	ح.ع.ت $\frac{0}{0}$	1
5 + 5	الضرب بالمرافق والإصلاح	2
3+2	إيجاد النهاية	3
10	شرط الاستمرار	4
10	استنتاج قيمة m	5
40	المجموع	

ملاحظة: إذا وجد الطالب النهاية دون ذكر حالة عدم التعيين تعطى درجة الخطوة الأولى ضمناً.

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتان: $A(2,1,-2)$, $B(-1,2,1)$ والمستوي: $P:3x-y-3z-8=0$

1- أثبت أنّ المستقيم (AB) يعامد المستوي P .

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ، ثمّ عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على P .

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم الخطوة
5 + 5	$\overrightarrow{AB}(-3,1,3)$, $\vec{n}(3,-1,-3)$	1
5	$\overrightarrow{AB}=-\vec{n}$ أو تناسب المركبات	2
	$\overrightarrow{AB}$ يعامد P	3
10	$(AB):\begin{cases}x=2-3t\\ y=1+t & t\in\mathbb{R}\\ z=-2+3t\end{cases}$	4
5	$6+9t-1-t+6-9t-8=0$	5
5+5	$t=3$,$(-7,4,7)$	6
40	المجموع	

ملاحظة:

إذا كتب الطالب تمثيل وسيطي آخر مناسب للمستقيم (AB) وتابع بشكل صحيح ينال درجات الخطوات 4 و 5 و 6

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (٦٠ درجة)

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=ax+b-\frac{\ln x}{x}$ **والمطلوب**:

1- عيّن العددين الحقيقيين a , b إذا علمت أن المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته: $y=3x$

2- من أجل $a=4$, $b=-4$ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=4x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ثمّ ادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$f'(x)=a-\frac{1-\ln x}{x^2}$	3 + 5
2	$f(1)=0 \quad , \quad a+b=0$	3 + 5
3	$f'(1)=3 \quad , \quad a-1=3$	3 + 2
4	قيمة b ، قيمة a	2 + 2
5	$f(x)-y_{\Delta}=-\frac{\ln x}{x}$	5+5
6	$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-y_{\Delta})=0$	5
7	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline & & + & 0 & - & \\ \hline & & C \text{ فوق } \Delta & \| & C \text{ تحت } \Delta & \end{array}$	5+5 5+5
	المجموع	60

السؤال السادس : (٦٠ درجة)

التمرين الثاني:

نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقاط A , B , C التي تمثلها الأعداد العقدية: $a=6-i$, $b=-6+3i$, $c=-18+7i$ بالترتيب. **المطلوب:**

1) احسب العدد $\frac{b-a}{c-a}$، واستنتج أنّ النقاط A , B , C تقع على استقامة واحدة.

2) بفرض $d=1+6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته θ أحسب θ.

3) جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N ليكون الرباعي $OAND$ مربعاً.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\frac{b-a}{c-a}=\frac{-12+4i}{-24+8i}=\frac{4(-3+i)}{8(-3+i)}=\frac{1}{2}$	5+5+5
2	النسبة عدد حقيقي فالنقاط على استقامة واحدة أو أي عبارة مناسبة صحيحة	5
3	قانون الدوران $d=ae^{i\theta}$	5
4	$e^{i\theta}=\frac{d}{a}=\frac{1+6i}{6-i}=i$	3 × 5
5	$\theta=\frac{\pi}{2}$	5
6	$\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{DN}$	5
7	$a=n-d \quad , \quad n=a+d \quad , \quad n=7+5i$	5+3+2
	المجموع	60

السؤال السابع : (٦٠ درجة)

التمرين الثالث:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ المعرفة وفق: $u_n = \dfrac{2n-1}{n+1}$ والمطلوب:

1) ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$.

2) أثبت أن العدد 2 راجح على $(u_n)_{n\ge0}$.

3) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ، ثم جد عدداً طبيعياً n_0 يحقق أياً كان $n > n_0$ كان u_n في المجال $]1.9 , 2.1[$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	كتابة الفرق $u_{n+1}-u_n$ ثم التعويض	5+5
2	إصلاح استنتاج أن u_n متزايدة تماماً	5 5
3	$u_n - 2 = \dfrac{-3}{n+1} < 0 \Rightarrow u_n < 2$	5+5
4	$\lim\limits_{x\to\infty} u_n = 2$	5
5	$\|u_n - 2\| < 0.1$	5+5 قانون + تعويض
6	$\dfrac{3}{n+1} < \dfrac{1}{10}$ ، إصلاح	5+5
7	نتيجة	5
	المجموع	60

ملاحظة١:

إذا كتب الطالب $f(x) = \dfrac{2x-1}{x+1}$ + المشتق + $f'(x) > 0$ + (f متزايد ومنه u_n متزايدة) 4×5 درجة

ملاحظة٢: أخذ $n \ge 1$ $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ ، إصلاح 5+5

ثم حسب u_0 وإثبات $u_1 > u_0$ 5

ومنه u_n متزايدة 5

السؤال الثامن : (٦٠ درجة)

التمرين الرابع:

صندوق يحتوي على خمس كرات منها .كرتان حمراوان, وثلاث كرات زرقاء، نكرر عملية سحب عشوائي لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يتبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته .

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة.

عيّن مجموعة القيم التي يأخذها X ، واكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول X ، واحسب توقعه الرياضي

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$X(\Omega)=\{2,3,4\}$	3×2=6
3	حساب $P(X=2)$ حساب $P(X=3)$ حساب $P(X=4)$	4+4 4+4+4 4
4	الجدول الموافق للحل	5+5
5	التوقع قانون + تعويض + نتيجة	٢+٣+١٥
	المجموع	60

<u>ملاحظة١:</u>

إذا كتب الطالب قيمتان للمتحول فقط، يخسر درجتان ويخسر حساب القيمة المفقودة ويخسر درجتان من الجدول

<u>ملاحظة٢:</u>

إذا رسم الطالب شجرة ينال درجة واحدة لكل فرع (18درجة)

ثم حسب $P(X=2)$ و $P(X=3)$ و $P(X=4)$ ينال (4+4+4 درجات)

الجدول (10 درجات)

التوقع (20 درجة)

<u>السؤال التاسع :</u>

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,2,0)$ والمستويات:

$$P: 2x - y + 2z - 2 = 0$$
$$Q: x + y + z - 1 = 0$$
$$R: x - z - 1 = 0$$

والمطلوب:

1) أثبت أنّ المستويين P , Q متقاطعان بفصل مشترك Δ ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له.

2) تحقق أن المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A .

3) أثبت أنّ المستويات P , Q , R تتقاطع بنقطة I يطلب تعيين إحداثياتها.

4) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ.

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم الخطوة
10+10	$\vec{n}_P(2,-1,2)$ $\vec{n}_Q(1,1,1)$	1
5+5	استنتاج أن الشعاعين $\vec{n}_P , \vec{n}_Q$ غير مرتبطان خطياً	2
5	$2x - y + 2z - 2 = 0$ $+\quad x + y + z - 1 = 0$ $3x + 3z - 3 = 0$	3
5	$x = 1 - z$	4
5 5	$z = t \Rightarrow x = 1 - t$ حساب $y = 0$	5
5	$\Delta: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 0 \qquad t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$	6
5+5	$\vec{n}_R(1,0,-1)$, $\vec{u}_\Delta(1-,0,1)$	7
5 2	استنتاج الارتباط تعويض A في R	8
8	تعويض المعادلات الوسيطية لـΔ في R	9
4+6	إحداثيات I و قيمة t	10
2 5+3	معرفة أن AI هو بعد A عن d $dis(A,\Delta) = AI = 2$	11
100	المجموع	

ملاحظة١:

إذا حسب الطالب بعد A عن d بأي طريقة ينال درجة الخطوة 11 الأخيرة .

ملاحظة٢:

إذا وجد الطالب أي معادلات وسيطية مكافئة للمستقيم ينال الدرجة الخطوات 6 و 5 و 4 و 3

ملاحظة٣:

إذا افترض الطالب نقطة I تحقق Δ وتحقق R واستنتج أنها نقطة التقاطع ينال درجتي الخطوتين 9 و 10
أو توصل إلى إحداثيات نقطة التقاطع I بحل جملة المعادلات الخطية أو اي طريقة مكافئة ينال درجات المخصصة للخطوتين 9 و 10.

ملاحظة٤: إذا حسب الطالب بعد A عن المستقيم Δ وشرط التعامد ينال الدرجات المخصصة للخطوة 11
أو كتابة معادلة مستوٍ مار من A ويعامد Δ وإيجاد إحداثيات نقطة التقاطع وحساب المساحة.

السؤال العاشر :

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{2x}{e^x}$ والمطلوب :

1) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي.

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3) في معلم متجانس ارسم الخط C.

4) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحوري الإحداثيات والمستقيم $x=1$.

5) استنتج رسم الخط C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=2xe^x$.

6) أثبت أنّ $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية : $y'+y=2e^{-x}$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$	10
2	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	10
3	$y=0$ مقارب أفقي	5
4	إيجاد $f'(x)$	5 + 10 قانون + تعويض
5	إيجاد القيمة التي تعدم $f'(x)$ + صورتها	5+5
6	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & \frac{2}{e} & \searrow & 0 \end{array}$	5+5 5+5
	تعطى درجة الرسم ١٥ درجات للنهايات و المشتق	
7	$s=\int_0^1 f(x)dx$	5
8	كتابة u و إيجاد u' كتابة v' و إيجاد v	2×4
9	قانون التكامل بالتجزئة + التعويض + الناتج	3×4
10	C_1 نظير C بالنسبة لـ O أو من الرسم	5
11	المعادلة التفاضلية التعويض + الناتج	3+2
	المجموع	100

انتهى السلم