الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٨م

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	تمثيل بياني
٢	السؤال الثاني	أشعة
٣	السؤال الثالث	تحليل توافقي
٤	السؤال الرابع	تحليل
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	عقدية
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	متتاليات
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	احتمالات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	تكامل
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة تحليل
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة أشعة

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :

الأحاد	العشرات	المئات
٢	١	١

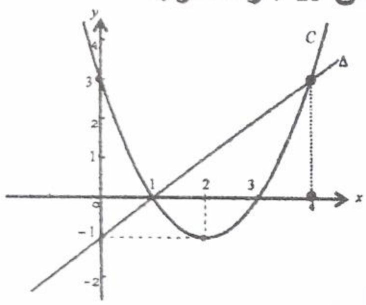
بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

أولاً أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل الشكل المرسوم جانباً ، ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$. والمطلوب



1- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.

2- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3- ما حلول المعادلة $f(x)=y_{\Delta}$.

4- اكتب معادلة المستقيم Δ.

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
5	القيمة الحديّة $f(2)=-1$	١
5	$\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=+\infty$	٢
5 5	حلول المعادلة $f(x)=y_{\Delta}:\left.\begin{matrix} x=1 \\ x=4 \end{matrix}\right\}$	٣
5+5 5(قانون)+5(معادلة)	معادلة المستقيم Δ: الميل قانون + النتيجة المعادلة	٤
40	المجموع	

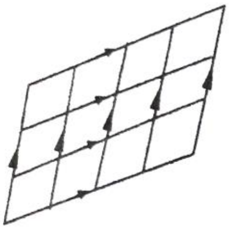
ملاحظة:١- إذا كتب في الخطوة (2) $(1,0)$ و $(4,3)$ ينال الدرجات المخصصة للخطوة.
٢- أي طريقة صحيحة لإيجاد معادلة المستقيم Δ ينال الدرجات المخصصة.
٣- إذا ذكر صراحةً يبلغ القيم الحدّية في النقطة (2,-1) ينال درجة الخطوة الأولى.

السؤال الثاني :

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطة $A(1,-2,0)$ والمستوي P الذي معادلته:
$p: x+2y+z-1=0$ والمطلوب :
احسب بعد النقطة A عن المستوي P، ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P.

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
5	دستور البعد	١
5	تعويض البسط	٢
5	تعويض المقام	٣
5	النتيجة	٤
5	معادلة الكرة: القانون	٥
5	معرفة البعد $dist(A,p)=R$	٦
5 + 5	تعويض في معادلة الكرة + نتيجة	٧
40	المجموع	

السؤال الثالث:

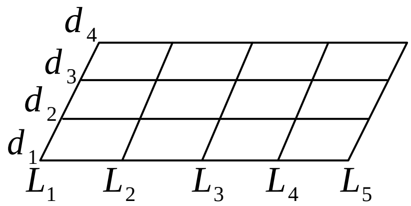


في الشكل المجاور نتأمّل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية،

تشكل فيما بينها متوازيات أضلاع والمطلوب : احسب عدد متوازيات الإضلاع في الشبكة.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	معرفة عدد طرائق تشكيل مستقيمين متوازيين من المستقيمات المتوازية الأولى $\binom{5}{2}$	5
٢	معرفة عدد طرائق تشكيل مستقيمين متوازيين من المستقيمات المتوازية الثانية $\binom{4}{2}$	5
	عدد متوازيات الأضلاع	
٣	الجداء	5
٤	قيمة كل من التوافيق	10 + 10
٥	النتيجة	5
	المجموع	40

طريقة (2):



نلاحظ أن عدد متوازيات الأضلاع الشبكة بين المستقيمين d_1 و d_2 هي $1+2+3+4=10$ 10+5

عدد متوازيات الأضلاع الشبكة بين المستقيمين L_1 و L_2 هي $1+2+3=6$ 10+5

ومنه عدد متوازيات الأضلاع $6\times10=60$ 10

طريقة (3):

مناقشة عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {1,1} تساوي 12

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {1,2} تساوي 20

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {1,3} تساوي 10

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {1,4} تساوي 3

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {2,2} تساوي 6

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {2,3} تساوي 6

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {3,3} تساوي 2

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها {3,4} تساوي 1

فيكون عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة يساوي $12+20+10+3+6+6+2+1=60$

في حال إهمال حالة من الحالات يخسر 5 درجات.

ملاحظات:

١- في حال كتب الطالب علاقة توافقية غير منسجمة ينال درجة ايجاد ناتج التوافيق فقط.

٢- في الخطوتين الأولى والثانية إذا كتب تراتيب عوضاً عن التوافيق يخسر درجات الخطوتين والنتيجة الأخيرة.

السؤال الرابع: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{1}{3+\cos x}$

1- أثبت محدودية f.

2- استنتج $\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{3+\cos x}$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$-1\le\cos x\le 1$	5
٢	إضافة 3 لأطراف المتراجحة	5
٣	الأصلاح (المقلوب)	5 + 5
٤	النتيجة: $\frac{1}{4}\le f(x)\le\frac{1}{2}$	5
٥	الضرب بـ: x^2	5
٦	معرفة: $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2}{4}=+\infty$	5
٧	معرفة النتيجة	5
	المجموع	40

طريقة ثانية:

إذا درس الطالب تغيرات التابع f على مجال طوله 2π (دور التابع) لإثبات محدوديّته، وتوصّل إلى النتيجة الموافقة ينال الدرجات المخصّصة

ثانيا: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (٦٠ درجة)

التمرين الأول : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نتأمل النقاط M, C, B, A التي تُمثلها على الترتيب الأعداد العقدية $a=-1-i$, $b=1-i$, $c=2i$, $m=-1+i$

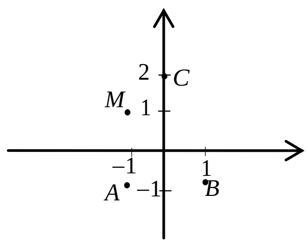
والمطلوب:

1) مثّل الأعداد $a=-1-i$, $b=1-i$, $c=2i$, $m=-1+i$ في المستوي.

2) احسب العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة C وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3) أثبت أن النقاط M و O و B تقع على استقامة واحدة.

4) احسب $\arg\frac{c-d}{m}$ ، واستنتج أن (OM) و (DC) متعامدان.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	على الرسم مباشرة أو تمثيلها بثنائيات 	$2\times4=8$
٢	حساب قانون + نتيجة $d=ic=-2$	6×2
٣	إثبات وقوع النقط على استقامة واحدة: طريقة (1): الارتباط الخطي لشعاعين – كتابة الشعاعين- التعليل طريقة (2): نسبة عددين عقديين (عدد حقيقي) طريقة (3): كتابة معادلة مستقيم مار من نقطتين والتحقق من أن النقطة تنتمي المستقيم طريقة (4): استعمال الرسم مع التعليل الصريح طريقة (5): استعمال إحدى التحويلات الهندسية (دوران أو تناظر).	3×5
٤	حساب الزاوية التعويض في العلاقة $\frac{c-d}{m}$	5
٥	الإصلاح في الطرفين	5+5
٦	نتيجة	5
٧	استنتاج تعامد المستقيمين (oM) و (DC)	5
	المجموع	60

ملاحظة: يمكن الاعتماد على الرسم مع التعليل الهندسي في الخطوات الثانية والسابعة

لسؤال السادس : (٦٠ درجة)

التمرين الثاني:

ليكن لدينا المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$ ، $(v_n)_{n\geq 1}$ المعرفتان وفق: $u_n = 5 - \frac{1}{n}$ ، $v_n = 5 + \frac{1}{n^2}$ والمطلوب:

1- اثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة.

2- اثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 1}$ متناقصة.

3- هل المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$ ، $(v_n)_{n\geq 1}$ متجاورتان ؟ علل إجابتك .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	إثبات التزايد: طريقة (1): $u_{n+1} - u_n > 0$ يوجد u_{n+1} يحسب الفرق + النتيجة طريقة (2): التابع + مشتق + نتيجة طريقة (3): النسبة $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ + التعليل الدقيق للخطوات + النتيجة طريقة (4): التدريج ذكر العلاقة + خطوات التدريج + النتيجة	5+10+5 5+10+5 5+10+5 3+15+2
٢	إثبات تناقص $(v_n)_{n\geq 1}$: بنفس الأسلوب	5+10+5
٣	نهاية الفرق ⟵ إيجاد الفرق النهاية استنتاج التجاور	5 10 5
	المجموع	60

ملاحظة: - أذا كتب الطالب: $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = 5$

$\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = 5$

$\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = \lim\limits_{x\to+\infty} u_n$ ينال درجات الخطوة الثالثة

ملاحظة: في الخطوة (٣) إذا اكتفى الطالب بالإجابة بكلمة نعم دون تعليل الإجابة يخسر ١٥ درجة

السؤال السابع : (٦٠ درجة)

التمرين الثالث: ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية. الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول X الممثل لثلاث نجاحات، فإذا علمت أن احتمال النجاح يساوي $\frac{2}{3}$ و $\mathbb{P}(X=0)=\frac{1}{27}$ و $\mathbb{P}(X=1)=\frac{6}{27}$

k	0	1	2	3
$\mathbb{P}(X=k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{\cdots}{\cdots}$	$\frac{\cdots}{\cdots}$

1) جد $\mathbb{P}(X=3)$, $\mathbb{P}(X=2)$

2) ما التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X ؟.

3) ما تباين المتحول العشوائي X ؟.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	إيجاد $P(x=2)$ قانون + تعويض + نتيجة إيجاد $P(x=3)$ تعويض + نتيجة	10+5+5 5×2
٢	حساب التوقع الرياضي $E(X)=np$ تعويض + نتيجة	5×3
٣	إيجاد التباين $v(X)=npq$ تعويض + نتيجة	5×3
	المجموع	60

ملاحظة: في حال كتب الطالب : $P(x=2)=\frac{12}{27}$ و $P(x=2)=\frac{8}{27}$ ينال الدرجات المخصصة ضمناً.

ملاحظة: حساب التوقع أو التباين اعتماداً على الجدول ينال الدرجات المخصصة.

السؤال الثامن : (٦٠ درجة)

التمرين الرابع: ليكن $J = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x + 2} dx$ ، $I = \int_0^{\ln 2} \frac{2}{e^x + 2} dx$ والمطلوب

1- احسب J.

2- احسب $I + J$ ثُمّ استنتج I.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	التابع الأصلي التعويض	15 لكل حد 5×2
٢	ناتج مجموع $J + I$	5×2
٣	التابع الأصلي الناتج	10 5
٤	$I = \ln 2 - J$ + الناتج	5+5
	المجموع	60

السؤال التاسع :

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \ln(e^{-x}+1)$

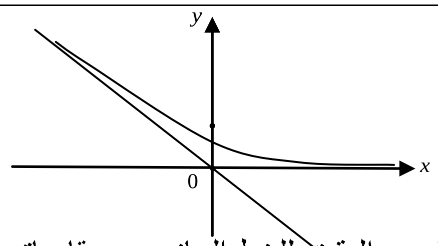
1- جد نهاية f عند $-\infty$، وعند $+\infty$، هل يقبل الخط C مقاربات غير مائلة؟

2- اثبت أن $f(x) = -x + \ln(e^{x}+1)$

3- اثبت أن المستقيم $y = -x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$.

4- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

5- ارسم المقاربات وارسم الخط البياني C.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	حساب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ نعم أو (يذكر المقارب $y=0$)	10 10 5
٢	طريقة (١) $f(x) = \ln(e^{-x}+1)$ $f(x) = \ln(e^{-x}(1+e^{x}))$ $f(x) = \ln(e^{-x}) + \ln(1+e^{x})$ $f(x) = -x + \ln(1+e^{x})$ --- طريقة (٢) $f(x) = \ln(\frac{1}{e^{x}}+1)$ (5 درجات) $f(x) = \ln(\frac{1+e^{x}}{e^{x}})$ (5 درجات) $f(x) = \ln(1+e^{x}) - \ln(e^{x})$ (5 درجات) $f(x) = -x + \ln(1+e^{x})$ (5 درجات) --- طريقة (٣) $f(x) = -x + \ln(1+e^{x})$ $f(x) = \ln(e^{-x}) + \ln(e^{x}+1)$ (5 درجات) $f(x) = \ln(e^{-x}(1+e^{x}))$ (5 درجات) $f(x) = \ln(e^{-x}+1)$ (5+5 درجات)	5 5 + 5 5
٣	$f(x) - y_{\Delta} = \ln(e^{x}+1)$	5
٤	حساب النهاية	10
٥	$f'(x) = \frac{-e^{-x}}{1+e^{-x}}$	15
٦	$\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & 0 \end{array}$	5 5
٧	 الرسم الدقيق للخط البياني مع مقارباته	رسم C 5 رسم المقارب المائل 5 المقارب الأفقي 5
	المجموع	100

السؤال العاشر :

المسألة الثانية: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,1,0)$ و $B(1,2,1)$ و $C(4,0,0)$ والمطلوب

1) اثبت أن النقاط A , B , C ليست على استقامة واحدة .

2) اثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة $x+3y-3z-4=0$

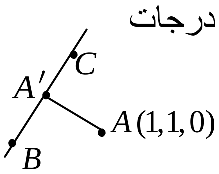
3) ليكن المستويان P , Q معادلتهما :
$P:\ x+2y-z-4=0$
$Q:\ 2x+3y-2z-5=0$

أثبت أن المستويان يتقاطعان في الفصل المشترك d التمثيلات الوسيطية التالية : $d:\begin{cases} x=t-2 \\ y=3 \\ z=t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$

4) ما هي نقطة تقاطع المستويات $P , Q , (ABC)$.

5) احسب بعد A عن المستقيم d.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	إيجاد مركبات الشعاعين	5+5
٢	الشعاعين غير مرتبطين خطياً	5
٣	**طريقة (١):** نفرض $\vec{n}(a,b,c)$ يحقق $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ ، $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ إيجاد ناظم للمستو الوصول إلى معادلة المستوي (ABC) **طريقة (٢):** افتراض $M(x,y,z)$ تنتمي إلى المستوي (ABC) تحقق $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ (5 درجات) التعويض والإصلاح (15 درجة) الوصول إلى معادلة المستوي (ABC) (5 درجات) **طريقة (٣)** : تعويض النقاط A , B , C في معادلة المستوي والتحقق من انتمائها (25 درجة) **طريقة (٤):** $ax+by+cz+d=0$ تعويض النقاط (15 درجة) حل جملة المعادلات والوصول إلى المعادلة (10 درجات)	5 5 10 5
٤	الفصل المشترك **طريقة أولى** التعويض بمعادلتي المستويين والتحقق (10+10+5 درجات) **طريقة ثانية** الوصول إلى المعادلات الوسيطية بعزل أحد المجاهيل. **طريقة ثالثة** اختيار نقطتين من الفصل المشترك وإثبات أنهما تنتميان إلى المستويين Q و p **طريقة رابعة** اختيار نقطتين من الفصل المشترك وإيجاد شعاع توجيه لمستقيم الفصل المشترك ثم كتابة معادلة d	25

٥	نقطة التقاطع **طريقة(١)** الحل المشترك للمعادلات الوسيطية مع المستوي (ABC) (15 درجة) الوصول إلى إحداثيات نقطة التقاطع (5 درجات) **طريقة(٢)** حل جملة المعادلات الثلاث والوصول إلى إحداثيات نقطة التقاطع (20 درجة)	20
٦	حساب البعد طريقة (١):تعيين $A'(a,b,c)$ المسقط القائم للنقطة A على المستقيم d 1- $\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{u_d}=0$ (3) درجات 2- $A'\in P$ و $A'\in Q$ (3) درجات 3- الحصول على إحدايات A' (3) درجات 4- حساب البعد (3) درجات 5- النتيجة (3) درجات طريقة (٢): 1- كتابة معادلة المستوي R المار بالنقطة A والعمودي على المستقيم d ناظم + معادلة (3+3) 2- الحل المشترك للمستوي R مع المستقيم d واستنتاج A' المسقط القائم للنقطة A على d (3) درجات 3- حساب البعد (3) درجات 4- النتيجة (3) درجات طريقة (٣): 1- بفرض $M(t-2,3,t)\in d$ (3) درجات 2- حساب AM^2 والكتابة $AM^2=2t^2-6t+13=f(t)$ (3) درجات 3- دراسة اطراد f أو الإتمام إلى مربع كامل (3) درجات 4- استنتاج قيمة t الموافقة أصغر قيمة للتابع f (3) درجات 5- حساب AM (3) درجات طريقة (٤):  وجود نقطتين من d مثل $B(-2,3,0)$ و $C(-1,3,1)$ وحساب $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{BC}$ 1- حساب $\lVert\overrightarrow{BC}\rVert=\sqrt{2}$ و $\lVert\overrightarrow{BA}\rVert=\sqrt{13}$ (3) درجات 2- $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=3$ (3) درجات 3- $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA'}$ (3) درجات 4- الوصول إلى $\lVert\overrightarrow{BA'}\rVert=\frac{3}{\sqrt{2}}$ (3) درجات 5- حساب $AA'=\sqrt{\frac{17}{2}}$ حسب فيثاغورث في المثلث $AA'B$ (3) درجات	15
	المجموع	100

<u>انتهى السلم</u>