الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الثانية لعام ٢٠١٨م

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	جدول التغيرات
٢	السؤال الثاني	أشعة
٣	السؤال الثالث	تحليل توافقي
٤	السؤال الرابع	متتالية
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	تابع مركب
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	احتمالات
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	تابع أسي
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	عقدية
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة تحليل

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :	الأحاد	العشرات	المئات
	٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

أولا: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ والمطلوب :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع f .

3- ماعدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	2 $+\infty$	8 8
٢	$y=2$	8
٣	حلان	8
٤	$f(2)=-1$ أو (-1)	8
	المجموع	40

ملاحظة:

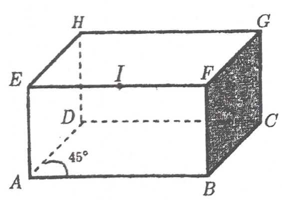
السؤال الثاني :

$ABCDEFGH$ متوازي سطوح ، فيه $AB=2$ و $BC=GC=1$. وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي $45°$.

والنقطة I منتصف $[EF]$ المطلوب :

1- احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$.

2- عين موضع النقطة M التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{FB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$.



الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=\|\overrightarrow{AB}\|.\|\overrightarrow{AD}\|\cos\theta$	5
٢	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=2\times1\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$	5+5
٣	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$	5
٤	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AF}+\frac{1}{2}(2\overrightarrow{FI})$	5+5
٥	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FI}=\overrightarrow{AI}$	5
٦	M تنطبق على I	5
	المجموع	40

طريقة ثانية للطلب الثاني:

في حال اختار الطالب معلم كيفي مناسب وأوجد إحداثيات الرؤوس وإحداثيات M وأحداثيات I ووجد أنّ M تنطبق على I فإن:

للإحداثيات 16 درجة

التعويض بالعلاقة المفروضة 4 درجات ، الوصول للنتيجة 5 درجات

أو الوصول إلى النتيجة بأي طريقة صحيحة ومبررة ينال الدرجات المخصصة

السؤال الثالث :

في إحدى مراكز الخدمة ثلاث مهندسين وخمس عمال ، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\binom{3}{1}\binom{5}{2}=$	10+10
٢	$=3.\frac{5\times 4}{2}$	5+10
٣	$=3\times 10=30$	5
	المجموع	40

ملاحظات : ١- إذا كتب الطالب $\binom{5}{3}$ينال فقط درجة النشر و الناتج (15) درجة.

٢- اختيار المهندس بثلاث طرائق (3) ينال (15) درجة.

٣- إذا جمع توافيق يخسر (20) درجة.

السؤال الرابع:

$(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q=2$ وفيها $u_0=1$ ، والمطلوب:

احسب u_3 ثم احسب المجموع $S=u_3+u_4+u_5+u_6+u_7$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$u_3=u_0\,q^3$	5
٢	تعويض + نتيجة $u_3=1\times(2)^3=8$	5+5
٣	$S=u_3\times\frac{1-(q)^n}{1-q}$	10
٤	(القيمة 8 + الأس) $S=8\times\frac{1-(2)^5}{1-2}$	5 + 5
٤	$S=\frac{8}{-1}.(1-32)=284$	5
	المجموع	40

ملاحظات :

١- الوصول إلى u_3 بشكل صحيح (15) درجة .

٢- المجموع بشكل صحيح (25) درجة.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (٦٠ درجة)

التمرين الأول : ليكن f التابع المعرف على المجال $]2,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\sqrt{x-2}$

1- ادرس تغيرات f على المجال $]2,+\infty[$ ونظم جدولاً بها.

2- أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً.

3- اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to 2} f(x)=-2$	5
٢	$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$	5
٣	$f'(x)=1+\dfrac{1}{2\sqrt{x-2}}$	5
٤	$\begin{array}{c\|ccc} x & 2 & & +\infty \\ \hline f'(x) & \Vert & + & \\ \hline f(x) & \Vert\,-2 & \nearrow & +\infty \end{array}$	5+5
٥	f مستمر ومتزايد تماماً (مطرد)	5+5
٦	$f\ ]2,+\infty[=]-2,+\infty[$	5
٧	$0\in]-2,+\infty[$ للمعادلة حل وحيد	3+2
٨	$x=3\ ,\ f(x)=0$	5
٩	$f'(3)=\dfrac{3}{2}$	5
١٠	$y=\dfrac{3}{2}(x-3)$	3 + 2 نتيجة + قانون
	المجموع	60

ملاحظة: إذا حل الطالب المعادلة جبرياً وتوصل للحل المطلوب ينال الدرجات المخصصة للخطوات ٥ ، ٦ ، ٧

السؤال السادس : (٦٠ درجة)

التمرين الثاني : صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء، نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً، نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء والقيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء والقيمة صفر فيما عدا ذلك والمطلوب:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$X = \{0, 3, 5\}$	5
٢	$p(X=5) = \dfrac{\binom{5}{3}}{\binom{5}{3}} = \dfrac{10}{84}$	5+5+5
٣	$p(X=3) = \dfrac{\binom{5}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}} = \dfrac{40}{84}$	5+5+5
٤	$p(X=0) = \dfrac{34}{84}$	5+5
	$\begin{array}{c\|ccc} x_i & 0 & 3 & 5 \\ \hline p(X=x_i) & \frac{34}{84} & \frac{40}{84} & \frac{10}{84} \end{array}$	
٥	$E(X) = \dfrac{170}{84}$ (قانون + تعويض + نتيجة)	5+5+5
	المجموع	60

السؤال السابع : (٦٠ درجه)

التمرين الثالث :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=e^{x}-1$ والمطلوب :

1- جد مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\leq 0$.

2- احسب : $\int_{0}^{\ln 2} f(x)d(x)$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$e^{x}-1\leq 0$	5
٢	$e^{x}\leq 1$ ، $\ln(1)=0$	5+5
٣	$x\leq 0$ أو $x\in]-\infty,0]$	5
	$\int_{0}^{\ln 2} f(x)dx=\int_{0}^{\ln 2}(e^{x}-1)dx$	
٤	$=[e^{x}-x]_{0}^{\ln 2}$	10+10
٥	$F(\ln 2)-F(0)=(2-\ln 2)-(1-0)$	5+5+5
٦	$=1-\ln 2$	5
	المجموع	60

<u>طريقة٢ للطلب الأول:</u>

$f'(x)=e^{x}>0$ 5 درجات

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$\nearrow$	0	$\nearrow$

5 درجات

5 درجات

من الجدول نجد أن: $f(x)\leq 0$ عندما $x\in]-\infty,0]$ 5 درجات

السؤال الثامن : (٦٠ درجة)

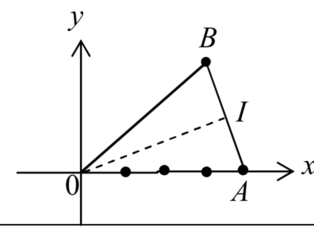
التمرين الرابع : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقطتين A , B اللتين يمثلهما على الترتيب العددان العقديان: $z_B = 2\sqrt{2}+2\sqrt{2}\,i$, $z_A = 4$ ولتكن I منتصف [AB] .

المطلوب:

1) مثّل النقطتين A , B في معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ واكتب z_B بالشكل الأسي.

2) بيّن طبيعة المثلث OAB ، وأثبت أن قياس الزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{OI})$ هو $\frac{\pi}{8}$.

3) اكتب العدد العقدي z_I الممثل للنقطة I بالصيغة الجبرية والأسية واستنتج $\sin(\frac{\pi}{8})$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	 درجتان لـ A و 3 لـ B	2+3
٢	$Z_B = 2\sqrt{2}+2\sqrt{2}i$ $r=\sqrt{8+8}=4$	5
٣	$\theta = \frac{\pi}{4}$	5
٤	$Z_B = 4e^{i\frac{\pi}{4}}$	5
٥	$OB = r = 4$, $OA = 4$ المثلث OAB متساوي الساقين	5
٦	OIمتوسط في المثلث OAB المتساوي الساقين فهو منصف وقياس $(\vec{u},\overrightarrow{OI}) = \frac{\pi}{8}$	5
٧	$I(2+\sqrt{2},\sqrt{2})$	5
٨	$Z_I = 2+\sqrt{2}+\sqrt{2}i$	5
٩	$r_I = \sqrt{(2+\sqrt{2})^2+2}$ $=\sqrt{8+8\sqrt{2}}$ أو $=2\sqrt{2+\sqrt{2}}$	5
١٠	$Z_I = 2\sqrt{2+\sqrt{2}}\;e^{i\frac{\pi}{8}}$	5
١١	$\sin\frac{\pi}{8} = \frac{y_I}{r} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2+\sqrt{2}}}$ أو أي نتيجة مكافئة	5+5
	المجموع	60

السؤال التاسع : ثالثاً حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، لدينا النقاط:

$A(2,1,3)$ و $B(1,0,-1)$ و $C(4,0,0)$ و $D(0,4,0)$ و $E(1,-1,1)$

1) جد $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{CD}$ ، $\overrightarrow{CE}$.

2) أثبت أنّ النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة .

3) أثبت أن (AB) يعامد المستوي (CDE).

4) اكتب معادلة المستوي (CDE).

5) احسب بعد B عن المستوي (CDE).

6) اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE).

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{AB}=(-1,-1,-4)$ $\overrightarrow{CD}=(-4,4,0)$ $\overrightarrow{CE}=(-3,-1,1)$ $\frac{-4}{-3}\neq\frac{4}{-1}$ المركبات غير متناسبة والنقاط ليست على استقامة واحدة	3 3 3 6
٢	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=4-4+0=0$ $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CE}=3+1-4=0$	5 5
٣	$\overrightarrow{AB}$ عمود على كل من $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{CE}$ ومنه (AB) يعامد المستوي (CED)	5 5
٤	معرفة الناظم $\vec{n}(-1,-1,-4)$ كتابة المعادلة العامة للمستوي والتعويض الوصول إلى معادلة المستوي $x+y+4z-4=0$	10 5+10 5
٥	$dist(B,CDE)=\frac{7}{\sqrt{18}}$ قانون + تعويض + نتيجة	5+5+5
٦	معرفة أن $d=R=\frac{7}{\sqrt{18}}$	10
٧	معادلة الكرة + تعويض	5+5
	المجموع	100

طريقة ثانية لإيجاد معادلة المستوي:

يمكن تعويض النقاط و الوصول إلى ثلاث معادلات بأربع مجاهيل — 15 درجة

والإصلاح و الوصول إلى قيمة الوسطاء — 10 درجات

كتابة معادلة المستوي — 5 درجات

طريقة ثالثة لإيجاد معادلة المستوي (CED):

نفترض أن $M(x,y,z)\in(CED)$

$\overrightarrow{CM}=\alpha\overrightarrow{CD}+\beta\overrightarrow{CE}$ ، إيجاد مركبات $\overrightarrow{CM}$ ، تعويض في العلاقة — $5+5+5$

إيجاد β , α ، الوصول إلى معادلة المستوي — $5+5+5$

السؤال العاشر :

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0,+\infty[$ وفق: $f(x) = x^2 - \ln x$ والمطلوب :

1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه .

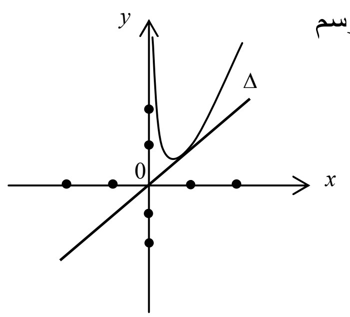
2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x = 1$.

4- في معلم متجانس ارسم المماس T والخط البياني C.

5- احسب مساحة السطح المحصور بالخط البياني C ومحور الفواصل والمستقيمين $x = 1$ ، $x = e$.

6- نُعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ حيث : $u_n = n^2 - \ln(n)$. أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متزايدة .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$	5
٢	$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$ إزالة عدم التعيين + النهاية	5+5
٣	$f'(x) = 2x - \dfrac{1}{x}$	5
٤	ينعدم $f'(x)$ عندما $x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ و ($x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ مرفوض)	2+3
٥	$f(\frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{2}$ أو $f(\frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{2} - \ln\frac{1}{\sqrt{2}}$	5
٦	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \frac{1}{\sqrt{2}} & & +\infty \\ \hline f'(x) & \| & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & \| +\infty & \searrow & \frac{1}{2}+\ln\sqrt{2} & \nearrow & +\infty \end{array}$	5+5
٧	$f(1) = 1$ $f'(1) = 1$	5 5
٨	معادلة المماس $y = x$	5
٩	الرسم 	5+5
١٠	$S = \int_1^e (x^2 - \ln x)dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_1^e - \int_1^e \ln x\, dx =$	5+5
١١	تكامل بالتجزئة: $I = \int_1^e \ln x\, dx$ ، $u = \ln x \quad v' = 1$ ، $u' = \frac{1}{x} \quad v = x$ $I = x\ln x\,]_1^e - \int_1^e 1 dx$ $= x\ln x - x\,]_1^e$	5

5+5	$=\frac{x^3}{3}-x\ln x+x\Big]_1^e=\frac{e^3-4}{3}$	١٢
	$u_n=f(n)$	
5	من جدول التغيرات نلاحظ أن التابع f مستمر ومتزايد على المجال $\left[\frac{1}{\sqrt{2}},+\infty\right[$	١٣
3	فهو متزايد على المجال $[1,+\infty[$	١٤
2	ومنه u_n متزايدة	١٥
100	المجموع	

طريقة ثانية لإثبات تزايد المتتالية:

$u_n=n^2-\ln n$

$u_{n+1}=(n+1)^2-\ln(n+1)$

$u_{n+1}-u_n=(n+1)^2-n^2-\ln(n+1)+\ln$

$u_{n+1}-u_n=2n+1+\ln(\frac{n}{n+1})>0$ المتتالية متزايدة

طريقة ثالثة لإثبات تزايد المتتالية:

$u_n=n^2-\ln n \quad n\geq 1$

لنرمز بـ $E(n)$ .... $u_{n+1}>u_n$

نثبت صحة $E(1)$ ...... $u_2=4-\ln 2>u_1=1$

نفرض صحة $E(n)$ ..... $u_{n+1}>u_n$

ومنه $u_{n+1}-u_n>0$

أي $2n+1+\ln(\frac{n}{n+1})>0$

نثبت $E(n+1)$ أي نثبت أن $u_{n+2}-u_{n+1}>0$

$u_{n+2}-u_{n+1}=(n+1)^2-\ln(n+2)-(n+1)^2+\ln(n+1)$

$u_{n+2}-u_{n+1}=2n+3+\ln(\frac{n+1}{n+2})$

$u_{n+2}-u_{n+1}=2n+3+\ln(\frac{n}{n+1}.\frac{(n+1)^2}{n(n+2)})$

$u_{n+2}-u_{n+1}=2n+3+\ln(\frac{n}{n+1})+\ln\left(\frac{(n+1)^2}{n(n+2)}\right)$

$u_{n+2}-u_{n+1}=2n+\ln(\frac{n}{n+1})+n+2+\ln\left(\frac{n^2+2n+1}{n^2+2n}\right)$

موجب فرضاً **موجب**

ملاحظة:

إذا كتب الطالب التابع الأصلي للتابع $\ln x$ هو $x\ln x$ وتوثق من ذلك بالاشتقاق ينال **5** درجات.

انتهى السلم