

$$\text{السؤال الأول: حل في } \mathbb{R} \text{ المتراجحة } \frac{e^{2x} - 1}{2e^x} \leq \frac{3}{4}$$

السؤال الثاني: ليكن التابع $f(x) = x + 3^x$ ، أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد ، احصر هذا الحل بمجال طوله واحد.

$$\text{السؤال الثالث: أثبت باستخدام تعريف العدد المشتق أن } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x+\ln x} - e}{x-1} = 2e$$

السؤال الرابع: أثبت أن التابع $f(x) = xe^x$ حل المعادلة التفاضلية $y' - y = e^x$ ثم استنتج أن $(f'' - 2f' + 2f)e^{-x} = x$

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف بالعلاقة $f(x) = \frac{2e^x - 3}{e^x - 1}$ والمطلوب:

- (1) أثبت أن مجموعة تعريف التابع هي \mathbb{R}^* .
- (2) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها ثم دل على مقاربات C الأفقية والشاقولية.
- (3) أثبت أن النقطة $I\left(0, \frac{5}{2}\right)$ مركز تناظر للخط البياني للتابع f .
- (4) ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم C .
- (5) استنتج رسم الخط البياني للتابع $f_1(x) = -\frac{1}{e^x - 1}$.
- (6) نعرف المتتالية $u_n = f(n)$ ، ما أصغر عدد طبيعي n يحقق $u_n \in]1.8, 2.2[$.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} بالعلاقة $f(x) = xe^{-x} + x - 2$ والمطلوب:

- (1) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً بها.
- (2) أثبت أن المستقيم $\Delta: y = x - 2$ مقارب مائل للخط C وادرس وضعه النسبي.
- (3) أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد α يحقق $1 < \alpha < 2$.
- (4) ارسم d و Δ ثم ارسم C .
- (5) لتكن لدينا المعادلة التفاضلية $(E) y + y' = e^{-x} + x - 1$
 - (a) أثبت أن التابع f حلاً للمعادلة التفاضلية (E) .
 - (b) أثبت أن g حلاً للمعادلة التفاضلية (E) إذا وفقط إذا كان $g - f$ حلاً للمعادلة التفاضلية $(F) y + y' = 0$.
 - (c) حل المعادلة التفاضلية (F) ثم استنتج جميع حلول المعادلة (E) .