السؤال الأول: حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة الآتية $(\ln x)^2 - 2\ln x - 3 \geq 0$.

السؤال الثاني: ليكن التابع $f(x) = ax + b + \dfrac{\ln x}{x}$. عيّن قيمة a,b كي يقبل التابع f مماس أفقي في النقطة $A(1,0)$.

السؤال الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع $f(x) = \dfrac{x}{x - \ln x}$ و $f(0) = 0$. أثبت أن f مستمر عند الصفر .

أثبت أن f اشتقاق عند الصفر ، ما طبيعة المماس في المبدأ ؟ اكتب معادلته.

السؤال الرابع: حل في $\mathbb{R}^2$ جملة المعادلتين: $\begin{pmatrix} (\ln x).(\ln y) = -2 \\ \ln x - \ln y = 3 \end{pmatrix}$.

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0, +\infty[$ بالعلاقة $f(x) = \dfrac{1 + 2\ln x}{x^2}$ والمطلوب:

1) ادرس تغيرات f وحدد قيمته الحدّية.

2) ما طبيعة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 1.

3) حل المعادلة $f(x) = 0$ ثم ادرس إشارة $f(x)$.

4) ارسم المماس ثم ارسم C.

5) استنتج وجود عددين حقيقيين a و b بحيث $\dfrac{1 + 2\ln a}{1 + 2\ln b} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^2$.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}^*$ بالعلاقة $f(x) = x + 1 - \ln|x|$ والمطلوب:

1) اكتب f بصيغة لا تحوي قيمة مطلقة.

2) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها ثم حدد مقاربات C وقيمته الحدّية.

3) عين نقاط تقاطع C مع المستقيم $\Delta : y = x$.

4) ارسم ما وجدته من مقاربات ثم ارسم Δ و C.

5) ناقش تبعاً لقيم الوسيط λ عدد حلول المعادلة $f(x) = \lambda$.

6) لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_{n+1} = f(u_n)$ و $u_0 = 1$ ، والمطلوب:

a) مثل هندسياً الحدود الأولى للمتتالية u_n ثم خمن جهة اطراد المتتالية u_n ونهايتها المحتملة.

b) أثبت بالتدريج صحة العلاقة $1 \leq u_n < e$ أياً كان العدد الطبيعي n .

c) أثبت أن المتتالية u_n متزايدة تماماً ثم استنتج أن المتتالية متقاربة واحسب نهايتها.