

السؤال الأول: احسب $I = \int_1^2 \frac{(x+1)^2}{x} dx$

السؤال الثاني: عيّن تابعاً أصلياً للتابع $f(x) = \sin^2 x$ على \mathbb{R} .

السؤال الثالث: جد تابعاً أصلياً للتابع $f(x) = x^3 \sqrt{(x^2 - 2)^2}$ على المجال $]-\infty, +\infty[$.

التمرين الأول: ليكن $F(x)$ تابع أصلي للتابع $f(x) = e^x \sin x$ و $G(x)$ تابع أصلي للتابع $g(x) = e^x \cos x$ والمطلوب:

(1) باستخدام التكامل بالتجزئة، أثبت أن $G(x) = e^x \sin x - F(x)$ و $F(x) = -e^x \cos x + 1 + G(x)$.

(2) استنتج قيمة كل من $G(x)$ و $F(x)$.

التمرين الثاني: ليكن لدينا التابعتين $f(x) = x \cos x$ و $g(x) = \cos x$ والمطلوب:

(1) ادرس الوضع النسبي للخطين C_f و C_g على المجال $[0, \pi]$.

(2) ارسم في جملة متجانسة الخطين البيانيين C_f و C_g على المجال $[0, \pi]$.

(3) احسب مساحة السطح المحصور بين C_f و C_g والمستقيمين $x = \frac{\pi}{2}$ و $x = \pi$.

التمرين الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على $]0, +\infty[$ بالعلاقة $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ والمطلوب:

(1) ادرس إشارة التابع $f(x)$ على المجال $]0, +\infty[$.

(2) احسب S مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيمين $x = 1$ و $x = e$.

(3) أثبت أن التابع $G(x) = \frac{-(\ln x)^2 - 2 \ln x - 2}{x}$ تابع أصلي للتابع $(f(x))^2$.

(4) عندما يدور السطح S حول محور الفواصل فإنه يولد مجسماً دورانياً حجمه V ، استنتج قيمة V .

التمرين الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرفة على \mathbb{R} بالعلاقة $f(x) = x + 2^x$ والمطلوب:

(1) أثبت أن المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب المائل للخط C وادرس وضعه النسبي.

(2) ادرس تغيرات f ونظّم جدولاً لها، ارسم C .

(3) احسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيم Δ والمستقيمين $x = -1$ و $x = 0$.