

١. مجموعة اشتتقاق التابع:  $f(x) = x\sqrt{4-x}$ 

A	$[-\infty, 4[$	B	$[0, 4[$	C	$[4, +\infty[$	D	$] -\infty, 4]$
---	----------------	---	----------	---	----------------	---	-----------------

$$f(x) = \frac{x+2}{|x|+1}, g(x) = x\sqrt{x(4-x)}, h(x) = x|x|$$

A	$f$ يقبل مماس أفقي عند $x = 0$	B	$h$ غير اشتتفاقى عند الصفر	C	$f$ اشتتفاقى عند الصفر	D	$g, h$ اشتتفاقيان عند الصفر
---	--------------------------------	---	----------------------------	---	------------------------	---	-----------------------------

٣. القيمة التقريبية ل (٢) هي  $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 3}$ 

A	-1	B	-1.1	C	-0.9	D	0.9
---	----	---	------	---	------	---	-----

٤. بفرض  $f''(x) = x \cdot \sqrt{x}$  فإن:  $f(x) =$ 

A	$f''(x) = \sqrt{x}$	B	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	C	$x^{\frac{3}{2}}$	D	$\frac{3}{2}\sqrt{x}$
---	---------------------	---	-----------------------	---	-------------------	---	-----------------------

٥. التوابع الاشتتفاقية على  $R$  معاً:

A	$f(x) = \sqrt{(x-1)^2}$ $g(x) = x \cdot \cos(x)$	B	$f(x) = \sqrt{(x-1)^4}$ $g(x) = x \cdot \cos(x)$	C	$f(x) = \sqrt{(x-1)}$ $g(x) = \sqrt{x^2 - 1}$	D	$f(x) = \tan(x)$ $g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$
---	---	---	---	---	--	---	---

٦. مشتقه هو:  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ 

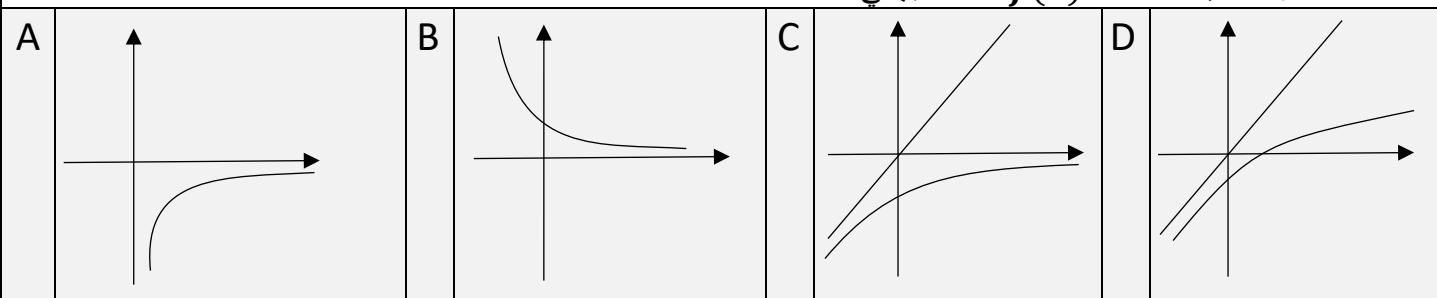
A	$\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$	B	$\frac{\sqrt{x^2+1}-x^2}{(x+1)^{\frac{3}{2}}}$	C	$\frac{1}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}$	D	$\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
---	--------------------------	---	--	---	-----------------------------------	---	--------------------------

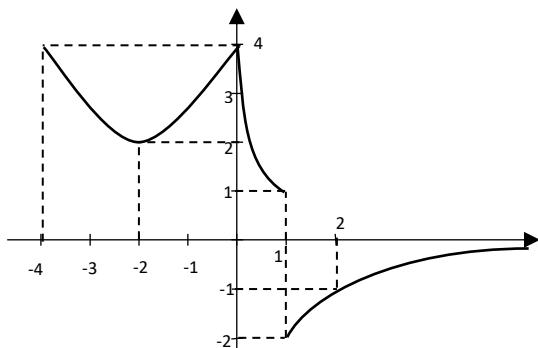
٧. مشتقه  $f(x) = \sin x \cdot \cos x$ 

A	$-\sin x \cdot \cos x$	B	$-2(\sin x \cdot \cos x)$	C	$\cos(2x)$	D	$\sin(2x)$
---	------------------------	---	---------------------------	---	------------	---	------------

٨.  $\tan x = 1$  و بوضع  $f(x) = \tan^3(4x+1)$ 

A	$f'(x) = 4t^3$	B	$f'(x) = 3t^2(1+t^2)$	C	$f'(x) = 12t^2$	D	$f'(x) = 12t^2(1+t^2)$
---	----------------	---	-----------------------	---	-----------------	---	------------------------

٩. خطه البياني:  $f(x) = x - \sqrt{x^2 + 1}$ 



$f$  خطه البياني كما هو مبين بالشكل  
معرف على  $[-4, +\infty)$

١٠. إن نهاية  $f$  عند  $+\infty$

- |   |    |   |           |   |           |   |   |
|---|----|---|-----------|---|-----------|---|---|
| A | -2 | B | $+\infty$ | C | $-\infty$ | D | 0 |
|---|----|---|-----------|---|-----------|---|---|

١١. مجموعة تعريف المشتق  $f'$

- |   |     |   |                 |   |                       |   |                          |
|---|-----|---|-----------------|---|-----------------------|---|--------------------------|
| A | $R$ | B | $[-4, +\infty[$ | C | $[-4, +\infty[ / [1]$ | D | $[-4, +\infty[ / [1, 0]$ |
|---|-----|---|-----------------|---|-----------------------|---|--------------------------|

١٢. مجموعة استمرار  $f$

- |   |  |   |                 |   |                       |   |  |
|---|--|---|-----------------|---|-----------------------|---|--|
| A |  | B | $[-4, +\infty[$ | C | $[-4, +\infty[ / [1]$ | D |  |
|---|--|---|-----------------|---|-----------------------|---|--|

١٣.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

- |   |          |   |                  |   |                       |   |                 |
|---|----------|---|------------------|---|-----------------------|---|-----------------|
| A | قطع زائد | B | دائرة قطرها $AB$ | C | مستقيم $AB$ محذوف منه | D | نصف مستقيم $AB$ |
|---|----------|---|------------------|---|-----------------------|---|-----------------|

لتكن  $n \geq 2$   $u_n = f(n)$

١٤. المتتالية  $u_n$

- |   |              |   |             |   |          |   |                              |
|---|--------------|---|-------------|---|----------|---|------------------------------|
| A | محور الفواصل | B | مستقيم $AB$ | C | قطع زائد | D | دائرة محذوف منها $AB$ وقطرها |
|---|--------------|---|-------------|---|----------|---|------------------------------|

١٥. المتتالية محدودة

- |   |                       |   |                   |   |                   |   |                       |
|---|-----------------------|---|-------------------|---|-------------------|---|-----------------------|
| A | $-2 \leq u_n \leq -1$ | B | $-1 \leq u_n < 0$ | C | $-2 \leq u_n < 0$ | D | $-4 \leq u_n \leq -1$ |
|---|-----------------------|---|-------------------|---|-------------------|---|-----------------------|

١٦.  $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$

- |   |                                      |   |  |   |  |   |  |
|---|--------------------------------------|---|--|---|--|---|--|
| A | $\sqrt{x} \leq f(x) \leq \sqrt{x+1}$ | B | $\frac{1}{2\sqrt{x}} \leq f(x) \leq \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$ | C | $\frac{1}{\sqrt{x}} \leq f(x) \leq \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ | D | $\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \leq f(x) \leq \frac{1}{2\sqrt{x}}$ |
|---|--------------------------------------|---|--|---|--|---|--|

١٧.  $f(x) \geq x^2 - 5 \sin x$  فإن نهاية  $f$  عند  $-\infty$

- |   |   |   |           |   |           |   |           |
|---|---|---|-----------|---|-----------|---|-----------|
| A | 0 | B | غير محددة | C | $+\infty$ | D | $-\infty$ |
|---|---|---|-----------|---|-----------|---|-----------|

١٨.  $g(x) = x^2 \cdot \cos\left(\frac{1}{x}\right)$  بحيث  $|f(x) + 3| \leq x^2 \cdot \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

A	$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +3$	B	$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -3$	C	$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = -3$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +3$	D	$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -3$
	١٩.						
A	غير موجودة	B	$+\infty$	C	1	D	0
	٢٠.						
A	1	B	$+\infty$	C	-1	D	0
	٢١.						
	أوجد قيمة $m$ ليكون $f$ مستمر عند 1				$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 \cdot \sin(x-1)}{\sqrt{x+3}-2} & x > 1 \\ 2m+8 & x = 1 \end{cases}$		
A	$m = -2$	B	$m = 2$	C	$m = -\frac{7}{2}$	D	$m = -4$
	٢٢.						
A	$a = 3$ $b = 1$ $c = -1$	B	$a = 2$ $b = -1$ $c = 1$	C	$a = 3$ $b = 1$ $c = 8$	D	$a = 1$ $b = 8$ $c = 3$
	٢٣.						
	$f(x) = \sqrt{4x^2 + x + 2x}$ التابع صيغته المكافئة ونهايته						
A	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4 + \frac{1}{x}} + 2}$	B	$f(x) = \frac{1}{-\sqrt{4 + \frac{1}{x}} + 2}$	C	$f(x) = \frac{x}{\sqrt{4x^2 + x + 2}}$	D	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4 + \frac{1}{x}} + 2x}$
	٢٤.						
A	4	B	-4	C	0	D	-3
	٢٥.						
	$\begin{cases} f(x) = 1 & x > 0 \\ f(x) = -1 & x < 0 \end{cases}$						
A	ثابت $f$	B	ليس ثابت $f$	C	$f'(x) \neq 0$	D	مستمر عند $f$ اشتقافي عند $f$
	٢٦.						
	$f(x) = \sqrt{ 4x^2 - 1 } + 3x$ مقاربه المائل بجوار $-\infty$						
A	$y = x$	B	$y = -x$	C	$y = 2x$	D	$y = -2x$

**أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية:** (٣٠ درجة لكل سؤال)



**السؤال الأول:** الشكل المجاور هو  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعروف على المجال  $[2,3]$  :

- 1) أثبت أن  $f(1)$  قيمة حدية كبيرة للتابع  $f$ .
- 2) اكتب معادلة المماس الأفقي للخط  $C$ .
- 3) ما هي حلول المعادلة  $f(x) = 2$  .
- 4) أوجد حلول المتراجحة  $f'(x) \geq 0$  .

**السؤال الثاني:** أثبت أن المشتق من المرتبة  $n$  للتابع  $f(x) = \cos x$  يعطى بالشكل  $f^{(n)}(x) = (-1)^n \cos\left(\frac{n\pi}{2} - x\right)$  .

**السؤال الثالث:** ليكن التابع  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$  ، عين العددين  $a$  و  $b$  كي يقبل التابع  $f$  قيمة حدية في النقطة  $(1,0)$ .

**السؤال الرابع:** أثبت أن التابع  $f(x) = \frac{2-3\cos x}{4+3\cos x}$  يمكن بالشكل  $1 - \frac{6}{4+3\cos x}$  ثم استنتج أن  $f$  محدود.

**ثانياً: حل المسائلتين الآتتين:** (٩٠ درجة لكل مسالة)

**المشقة الثانية:** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعروف بالعلاقة  $f(x) = x\sqrt{6x-3x^2}$  والمطلوب:

- 1) أثبت أن التابع  $f$  معرف على المجال  $[0,2]$  .

2) جد النهاية  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$  ، ما طبيعة المماس في المبدأ؟.

3) ادرس قابلية اشتقاق التابع  $f$  عند  $x=2$  ، ما التأويل الهندسي لهذه النتيجة؟.

4) احسب  $f'(x)$  ثم استنتاج قيمة تقريبية للعدد  $f(1.01)$  .

5) ادرس تغيرات التابع  $f$  ونظم جدولًا بها ثم دل على القيمة الحدية الكبيرة وارسم  $C$  .

**المشقة الأولى:** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعروف على  $\mathbb{R}$  بالعلاقة  $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 5x - 6}{x^2 + 3}$  والمطلوب:

- 1) ادرس تغيرات  $f$  ونظم جدولًا بها ، حدد القيم الحدية للتابع  $f$  .

2) أثبت أن النقطة  $A(0, -2)$  مركز تناظر للخط  $C$  .

3) أثبت أن المستقيم  $\Delta: y = x - 2$  مقارب مائل للخط  $C$  في جوار  $\pm\infty$  وادرس وضعه النسبي.

4) هل يقبل  $C$  مماساً يوازي المستقيم  $\Delta$  ؟ بره إجابتك.

5) أثبت أن للمعادلة  $f(x) = 0$  حل وحيد ، احصـر هذا الحل بمجال طوله واحد.

6) ارسم  $\Delta$  ثم ارسم  $C$  .