



## حل التمارين الآتية:

التمرين الأول: لتكن المتتالية  $(U_n)_{n \geq 4} = \frac{1}{n^2 - 5n + 6}$

- برهن أن  $0 < U_n < \frac{1}{2}$

التمرين الثاني: لتكن لدينا المتتالية:  $\left\{ \begin{array}{l} X_0 = 2 \\ X_{n+1} = X_n + 4 \end{array} \right.$

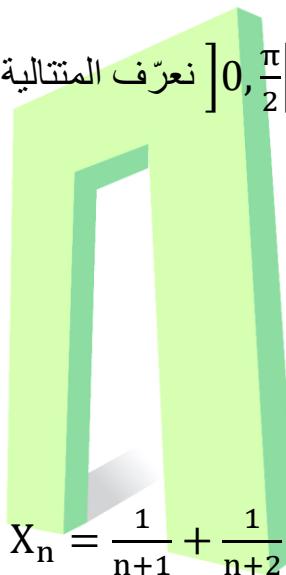
- احسب نهاية  $X_n$

التمرين الثالث: ليكن  $\theta$  عدد حقيقي في المجال  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  نعرف المتتالية  $(U_n)_{n \geq 0}$  وفق

بوابة  
المستقبل

- $U_0 = 2 \cos \theta$
- $U_{n+1} = \sqrt{2 + U_n}$
- احسب  $U_2, U_1$
- اثبت بالتدريج أن  $U_n = 2 \cos\left(\frac{\theta}{2^n}\right)$
- استنتج  $\cos\frac{\pi}{12}$

# FUTURE GATE



التمرين الرابع: لتكن لدينا المتتالية  $X_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$  ادرس إطراد المتتالية.

التمرين الخامس: لتكن لدينا المتتالية  $u_n = \frac{2^{n+(-1)^{-n}}}{3n+4}$  احسب نهاية  $u_n$  حيث  $n > 0$

التمرين السادس: لتكن لدينا المتتالية:  $u_n$

- أثبت أن  $1 < u_{n+1} < u_n < 1$
- استنتاج أن  $u_n$  متناقصة ومتقاربة واحسب نهايتها.

$u_0 = 2$	[
$u_{n+1} = \frac{2u_n}{u_n + 1}$	

التمرين السابع: ليكن لدينا المتتالية  $(u_n) = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

$$n \geq 1 \quad S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

1- عُّبِر عن  $S_n$  بدلالة  $n$

2- أثبت بالتدريج أن  $S_n = \frac{n}{n+1}$  واحسب نهاية  $S_n$



## حل المسألة الآتية:

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة  $u_{n+1} = \frac{-1 + 2u_n}{u_n}$  و  $u_0 = 2$  والمطلوب:

(1) أثبت بالتدريج أن  $u_n > u_{n+1}$  ثم استنتج أن المتتالية  $u_n$  متقاربة.

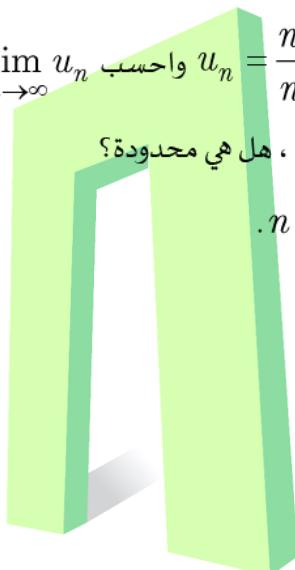
(2) نعرف المتتالية  $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$  ، أثبت  $v_n$  حسابية ، عين حدتها الأول وأساسها.

(3) اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أن  $u_n = \frac{n+2}{n+1}$  واحسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ .

(4) هل المتتالية  $u_n$  محدودة من الأعلى بالعدد 2 ؟ هل هي محدودة ؟

(5) أثبت أن  $v_n < u_n$  أيًّا كان العدد الطبيعي  $n \geq 1$ .

**FUTURE  
GATE**



**بُوَابَةُ  
الْمُسْتَقْبَلِ**