

## حل التمارين الآتية:

التمرين الأول: لتكن المتتالية  $(U_n)_{n \geq 4} = \frac{1}{n^2 - 5n + 6}$

١. برهن أن  $\frac{1}{2} \geq U_n > 0$

التمرين الثاني: لتكن لدينا المتتالية:  $\begin{cases} X_0 = 2 \\ X_{n+1} = X_n + 4 \end{cases}$

١. احسب نهاية  $X_n$

التمرين الثالث: ليكن  $\theta$  عدد حقيقي في المجال  $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$  نعرّف المتتالية  $(U_n)_{n \geq 0}$  وفق

$$\begin{cases} U_0 = 2 \cos \theta \\ U_{n+1} = \sqrt{2 + U_n} \end{cases}$$

١. احسب  $U_2, U_1$

٢. أثبت بالتدريج أن  $U_n = 2 \cos\left(\frac{\theta}{2^n}\right)$

٣. استنتج  $\cos \frac{\pi}{12}$

التمرين الرابع: لتكن لدينا المتتالية  $X_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$  ادرس إطراد المتتالية.

التمرين الخامس: لتكن لدينا المتتالية  $(u_n) = \frac{2n+(-1)^{-n}}{3n+4}$  احسب نهاية  $u_n$   $n > 0$

التمرين السادس: لتكن لدينا المتتالية  $u_n$ :

$$\begin{cases} 1 - \text{أثبت أن } u_{n+1} < u_n < 1 \\ \text{٢- استنتج أن } u_n \text{ متناقضة ومتقاربة واحسب نهايتها.} \end{cases} \quad \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n}{u_n+1} \end{cases}$$

التمرين السابع: ليكن لدينا المتتالية  $(u_n) = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

$$n \geq 1 \quad S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

١- عبّر عن  $S_n$  بدلالة  $n$

٢- اثبت بالتدريج أن  $S_n = \frac{n}{n+1}$  واحسب نهاية  $S_n$

## حل المسائل الأتية:

### المسألة الأولى:

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة التدرجية  $u_{n+1} = 3u_n - 4$  و  $u_0 = 1$  و المطلوب:

(1) احسب الحدود  $u_1$  و  $u_2$  ثم ادرس اطراد المتتالية  $u_n$ .

(2) أثبت أن المتتالية  $v_n = u_{n+1} - u_n$  هندسية ، عيّن حدها الأول وأساسها.

(3) اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ، ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(4) احسب نهاية المتتالية  $u_n$  ، هل هي متقاربة أم متباعدة ؟

(5) نعرّف المتتالية  $S_n$  بالعلاقة  $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$  ، عبّر عن  $S_n$  بدلالة  $n$  واحسب نهايتها.

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة  $u_{n+1} = \frac{-1+2u_n}{u_n}$  و  $u_0 = 2$  و المطلوب:

(1) أثبت بالتدرج أن  $u_n > u_{n+1} > 1$  ثم استنتج أن المتتالية  $u_n$  متقاربة.

(2) نعرّف المتتالية  $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$  ، أثبت  $v_n$  حسابية ، عيّن حدها الأول وأساسها.

(3) اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أن  $u_n = \frac{n+2}{n+1}$  واحسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ .

(4) هل المتتالية  $u_n$  محدودة من الأعلى بالعدد 2 ؟ ، هل هي محدودة؟

(5) أثبت أن  $u_n < v_n$  أيأ كان العدد الطبيعي  $n \geq 1$ .